

Лекция

по учебной дисциплине «Теория, системы и устройства передачи данных»
ст. преп. каф. СС и ПД Владимиров Сергей Александрович

Тема: **Сигналы дискретной модуляции и сигнальные созвездия в устройствах передачи данных.**

Учебные вопросы:

1. Двоичная передача данных. Сигналы двоичной модуляции.
2. M-ичная модуляция в СПД. Сигнально-кодовые конструкции.
3. Сигналы импульсной модуляции.

Литература:

1. Н.Слепов. Сети доступа. Основные понятия и оборудование. Электроника НТБ. Выпуск #7/2005.
2. Олифер В. Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы : учебник для вузов / В. Г. Олифер, Н. А. Олифер. – СПб. : Питер, 2012. – 943 с.

Двоичная передача данных.

Современные цифровые системы передачи данных (СПД) передают информацию последовательностью кодовых символов того или иного алфавита с основанием M и значностью n , при этом аналоговые сообщения вначале преобразуются аналого-цифровым преобразователем (АЦП) в цифровые эквиваленты данных. Когда $M=2$, происходит *двоичная передача данных*, при этом биты данных $b_k \in [0, 1]$, $k=0, N-1$. Примером такой передачи может быть передача аналоговых сообщений методом импульсно-кодовой модуляции (ИКМ). Обозначаем *кодовые символы — биты* номерами *нуль — 0* и *единица — 1* и предполагаем, что для их передачи по каналу связи используются сигналы $s_0(t)$ и $s_1(t)$, $t \in T_b$, где T_b — длительность бита, в сигнальном пространстве S можно оценить расстояние между ними или метрику вида

$$d(\vec{s}_0, \vec{s}_1) = \sqrt{\int_0^{T_b} [s_0(t) - s_1(t)]^2 dt}.$$

При приеме сигналов выполняется правило минимального расстояния между принимаемым сигналом $y(t)$ и передаваемым $s_i(t)$, $i=0, 1$,

$$d(\vec{s}_0, \vec{y}) \underset{\gamma_0}{<} \underset{\gamma_1}{>} d(\vec{s}_1, \vec{y})$$

где γ_0 — решение приемника о том, что передавался сигнал $s_0(t)$;

γ_1 — решение приемника о том, что передавался сигнал $s_1(t)$.

Для надежного различения этих сигналов в канале с шумом величину $d(\vec{s}_0, \vec{s}_1)$ необходимо максимизировать, при этом вероятность неправильного приема сигналов (вероятность ошибки) минимизируется.

Для $M>2$ передача данных называется *многопозиционной (M-ичной)*, когда кодовым символам $b_k \in [0, 1, \dots, i, \dots, M-1]$, $k=0, N-1$ соответствуют сигналы

$s_i(t)$, $i = 0, M-1$. И в соответствии с правилом минимального расстояния между принимаемым сигналом $y(t)$ и истинно передаваемым $s_j(t)$ из множества $\{s_i(t)\}$, решение о передаче сигнала $s_j(t)$ соответствует условию

$$d(\vec{s}_j, \vec{y}) = \min_{i \neq j} d(\vec{s}_i, \vec{y}), \text{ при } i = [0, M-1].$$

Если в канале присутствует белый гауссов шум со спектральной плотностью мощности SN_0 и при априорной равновероятности всех M сигналов с большим отношением сигнал/шум получена приближенная оценка средней вероятности неправильного приема (ошибки) сигналов

$$p_e \approx \frac{n_{min}}{M} Q\left(\sqrt{\frac{d_{min}^2}{2SN_0}}\right), \quad \frac{d_{min}^2}{2SN_0} \gg 1,$$

где введена дополнительная функция $Q(v)$ ошибок $Q(v) = \frac{1}{2\pi} \int_v^\infty e^{-\frac{x^2}{2}} dx$,

и d_{min} — минимальное расстояние между сигналами, существующими в сигнальном созвездии $\{s_i(t)\}$, n_{min} раз.

Полученная приближенная оценка лежит в основе одной из возможных и наиболее важных постановок задачи синтеза ансамбля сигналов $\{s_i(t)\}$, требующей *максимизации минимума расстояния на множестве M сигналов*. Такая задача в геометрической интерпретации эквивалентна упаковке M векторов (точек) так, чтобы их ближайшая пара находилась на максимально возможном расстоянии $d_{min} = \max$. Для реализации этого обязательно необходимо учитывать реальный физический *предел практически доступного ресурса мощности или энергии*. Если фиксировать только среднюю энергию сигналов $E = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} E_i = \text{const}$, тогда

допускается разная длина (норма) сигнальных векторов, и процедуру построения ансамбля сигналов можно назвать *объемной упаковкой*. Довольно часто выдвигается требование равенства энергий для всех возможных сигналов $E_i = E = \text{const}$, $i = 0, M-1$. В этом случае все сигнальные векторы имеют одинаковую длину и лежат на сферической поверхности, отсюда и следует название задачи — *сферическая упаковка*.

Еще одним важным характерным ограничением при синтезе сигналов является размерность N сигнального пространства, в пределах которого и производится упаковка. Физика этого ограничения опять же связана с пределом доступного ресурса, на этот раз спектрального. Для понимания этой взаимосвязи предположим, что временной и частотный интервалы, отведенные для всех M сигналов, ограничены значениями T_m и F_m . Первое ограничение отражает желание передавать данные с приемлемой скоростью: $R \leq M/T_m$, а второе учитывает ограничение полосы частот. В итоге, согласно теореме В.А.Котельникова, имеется примерно $2F_m T_m$ независимых отсчетов, доступных для построения M сигналов, при этом каждый из них трактуется как вектор в сигнальном пространстве размерности $N = 2F_m T_m$.

Сигналы двоичной модуляции

Для дискретного квантованного на два уровня $M=2$ сообщения $a(t)$ по значению параметры сигнала-переносчика при модуляции будут изменяться скачком. Скачкообразное или ступенчатое изменение параметров сигнала-переносчика называется *дискретной модуляцией* или *манипуляцией*. В общем случае, эти сигналы записывают как

$$s(t) = \frac{1}{2}([a(t)+1]u_1(t) + \lambda[a(t)-1]u_2(t)), \quad t \in T,$$

где $u_1(t)$ и $u_2(t)$ — произвольные, определяемые постановкой задачи сигналы, λ — параметр, принимающий различные значения.

При $\lambda=0$ и гармоническом сигнале-переносчике $u_1(t)=U_m \sin(\omega_0 t)$ формула $s(t)$ описывает сигнал двоичной амплитудной модуляции (ДАМ) $s_{\text{ДАМ}}(t)$.

При $\lambda=+1$ и $u_2(t)=u_1(t)=U_m \sin(\omega_0 t)$ получаем сигнал двоичной фазовой модуляции (ДФМ) $s_{\text{ДФМ}}(t)$.

При $\lambda=-1$ и ортогональных сигналах $u_1(t)=U_m \sin(\omega_0 t)$ и $u_2(t)=U_m \sin(\omega_1 t)$, $\omega_0 \neq \omega_1$ получим сигнал двоичной частотной модуляции (ДЧМ) $s_{\text{ДЧМ}}(t)$.

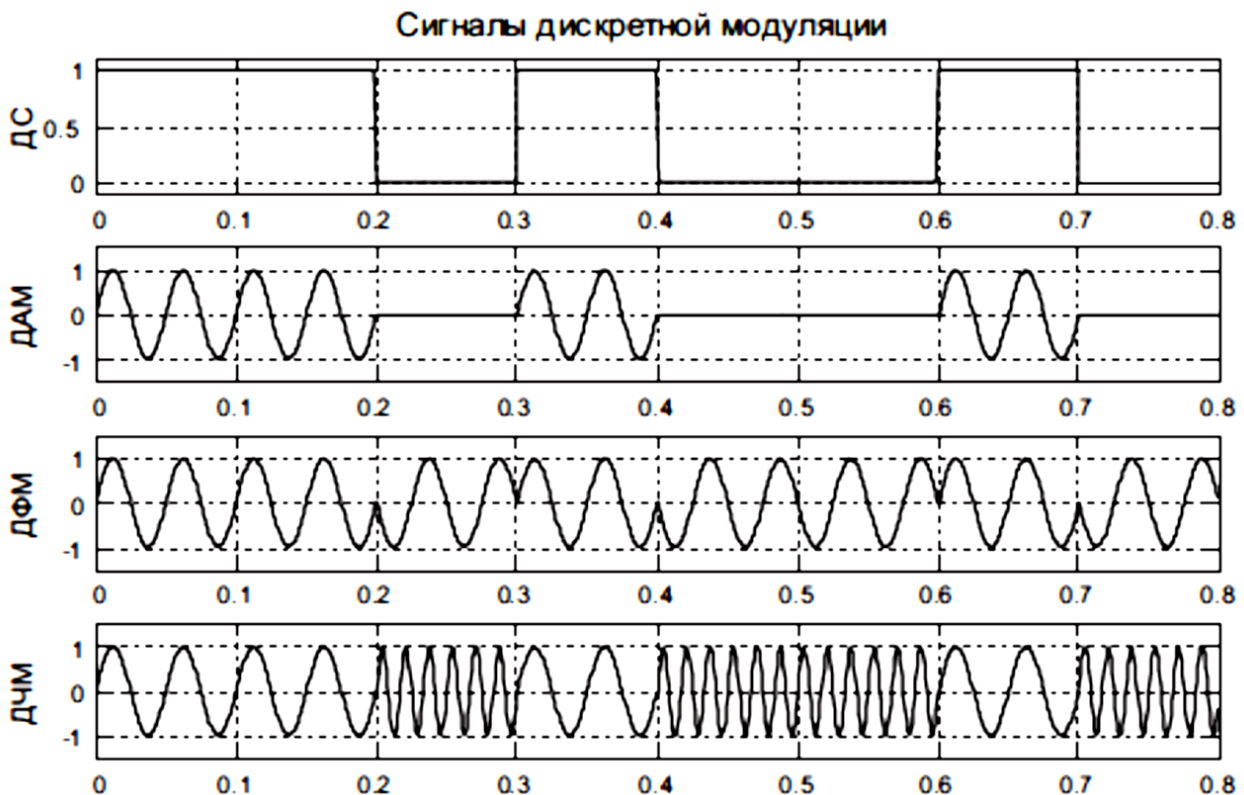


Рис. 1. Различные способы модуляции дискретного сигнала.

На рисунке 1 двоичный сигнал (ДС), принимающий на интервале $\tau=T_b$, где $\tau=0,1 \text{ мс}$ значения 1, либо 0, и при гармоническом сигнале-переносчике модулируется ДАМ, ДФМ и ДЧМ.

Далее рассмотрим аналитическое представление сигналов дискретной модуляции и их спектральный состав.

Модель двоичного информационного сигнала.

Модуляцию параметров гармонического сигнала-переносчика производим двоичным информационным сигналом, представляющим собой периодическую последовательность двуполярных прямоугольных импульсов — бит $b_d(t)$ с периодом $T=2\tau$, связанную с исходным сообщением $a(t)$ следующей зависимостью $b_d(t)=2a(t)-1$. Отсюда информационный сигнал записываем как

$$b_d(t)=b_i(t)=\begin{cases} b_0=-1, & -\tau \leq t < 0, & i=0, \\ b_1=1, & 0 < t \leq \tau, & i=1. \end{cases}$$

Представим информационный сигнал тригонометрическим рядом Фурье

$$b_d(t)=\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-\cos n\pi}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{\tau}t\right)=\frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{\tau}t\right).$$

Из полученного выражения следует, что информационный сигнал $b_d(t)$ имеет только нечетные гармоники на частотах $f_n=nf_\tau=n/\tau$, $n=1, 3, 5, \dots$; $f_\tau=1/\tau$ — частота манипуляции.

Двоичная АМ.

Сигнал ДАМ при модуляции гармонического сигнала-переносчика информационным сигналом $b_d(t)$ представляем как

$$s_{\text{ДАМ}}(t)=\frac{U_m}{2}[1+b_i(t)]\sin \omega_0 t = \begin{cases} s_0(t)=0, \\ s_1(t)=U_m \sin \omega_0 t = \sin 2\pi f_0 t. \end{cases}$$

Сигнал ДАМ называют сигналом с пассивной паузой, так как при передаче сигнала $s_0(t)$ передатчик сигнал в канал связи не излучает.

Предполагая сигналы $s_0(t)$ и $s_1(t)$ элементами сигнального Гильбертова пространства, введем между ними параметр сигнального расстояния $d_{0,1}$, определяющий энергетическую способность сигналов ДАМ не подвергаться вредному действию помех в канале СПД.

Найдем квадрат расстояния, как энергетический запас для распознавания сигналов

$$d_{0,1}^2 = \int_0^{\infty} [s_0(t) - s_1(t)]^2 dt = E_0 - 2E_{0,1} + E_1,$$

где энергии сигналов $s_0(t)$ и $s_1(t)$ и их взаимная энергия при ДАМ

$$E_0 = \int_0^{\infty} s_0^2(t) dt = 0, \quad E_{0,1} = \int_0^{\infty} s_0(t)s_1(t) dt = 0,$$

$$E_1 = \int_0^{\infty} s_1^2(t) dt = \int_0^{\infty} U_m^2 \sin^2 \omega_0 t dt = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} U_m^2 (1 - \cos 2\omega_0 t) dt = \frac{U_m^2 \tau}{2} = E.$$

Запишем обобщенное соотношение $d_{0,1}$ для сигнала ДАМ

$$d_{\text{ДАМ}}^2 = E[0 - 2\rho_{0,1} + 1] = E,$$

где E — энергия сигнала-переносчика на интервале τ , а $\rho_{0,1}=E_{0,1}/E=0$ — коэффициент взаимной корреляции между сигналами $s_0(t)$ и $s_1(t)$.

$$\text{Спектр } s_{\text{ДАМ}}(t) = U_m \left[\frac{1}{2} \sin \omega_0 t + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{\pi n} [\sin 2\pi(f_0 - n f_\tau)t - \sin 2\pi(f_0 + n f_\tau)t] \right].$$

Ширина спектра сигнала ДАМ, как и при аналоговой АМ, в два раза превышает ширину спектра первичного сигнала $\Delta\omega_{\text{ДАМ}}=2\Delta\omega_b$.

Двоичная ЧМ.

Запишем сигнал ДЧМ при модуляции гармонического сигнала-переносчика информационным сигналом $b_d(t)$

$$s_{\text{ДЧМ}}(t) = U_m \sin \left[\omega_p t + \omega_d \int_0^t b_i(v) dv \right] = \begin{cases} s_0(t) = U_m \sin \omega_0 t = U_m \sin 2\pi f_0 t, \\ s_1(t) = U_m \sin \omega_1 t = U_m \sin 2\pi f_1 t. \end{cases}$$

$$\omega_p = \frac{(\omega_0 + \omega_1)}{2} \quad \text{— частота переносчика;} \quad \omega_d = \frac{(\omega_1 - \omega_0)}{2} \quad \text{— девиация}$$

(максимальное отклонение) частоты; $\omega_0 = (\omega_p - \omega_d)$, $\omega_1 = (\omega_p + \omega_d)$.

Энергии сигналов $s_0(t)$, $s_1(t)$ и взаимная энергия при ДЧМ равны $E_0 = E_1 = E$,

$$E_{0,1} = U_m^2 \int_0^\tau \sin(\omega_0 t) \sin(\omega_1 t) dt = \frac{U_m^2}{2} \left(\frac{\sin(\omega_1 - \omega_0)\tau}{\omega_1 - \omega_0} - \frac{\sin(\omega_1 + \omega_0)\tau}{\omega_1 + \omega_0} \right).$$

Квадрат расстояния между элементами сигнала ДЧМ

$$d_{\text{ДЧМ}}^2 = 2E[1 - \rho_{0,1}],$$

а коэффициент взаимной корреляции между сигналами $s_0(t)$ и $s_1(t)$ будет равен

$$\rho_{0,1} = \frac{\sin 2\omega_d \tau}{2\omega_d \tau} - \frac{2\omega_p \tau}{2\omega_p \tau}.$$

При $\rho_{0,1} = 0$ сигналы ДЧМ $s_0(t)$ и $s_1(t)$ ортогональны. Тогда $d_{\text{ДЧМ}}^2 = 2E$.

Итоговый спектр сигнала ДЧМ после преобразований равен

$$s_{\text{ДЧМ}}(t) = \frac{2U_m m_{\text{ЧМ}}}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{2} \pi (m_{\text{ЧМ}} + n)}{m_{\text{ЧМ}}^2 - n^2} \cos 2\pi (f_p + n f_\tau) t,$$

где $m_{\text{ЧМ}} = \frac{\omega_d}{\Delta \omega_d}$ — индекс ЧМ.

Для практических целей ширина спектра сигнала ДЧМ определяется как

$$\Delta \omega_{\text{ДЧМ}} \approx 2(m_{\text{ЧМ}} + 1) \Delta \omega_b = 2(\omega_d + \Delta \omega_b).$$

В реальных устройствах используются 2 способа ДЧМ

Способ манипуляции с разрывом фазы. Предполагает наличие двух задающих генераторов, с частотами f_1 и f_2 , коммутируемых в соответствии с видом передаваемых посылок. В моменты переключения возникают резкие скачки фазы, приводящие к нежелательному расширению эффективной ширины спектра сигнала, а значит к искажениям и снижению КПД.

Способ манипуляции без разрыва фазы. Предусматривает наличие одного задающего генератора. Частотная манипуляция осуществляется путем изменения параметра (обычно емкости) контура. Спектр сигнала сужается и удается передавать около 0,4 бит/с на 1 Гц полосы частот.

Двоичная ФМ.

Запишем сигнал ДФМ при модуляции гармонического сигнала-переносчика информационным сигналом $b_d(t)$

$$s_{\text{ДФМ}}(t) = U_m \sin \left[\omega_p t + m_{\text{ФМ}} b_i(t) \right] = \begin{cases} s_0(t) = U_m \sin \left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2} \right), \\ s_1(t) = U_m \sin \left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2} \right) = -s_0(t), \end{cases}$$

где $m_{\text{ФМ}} = \pi/2$ — индекс ФМ.

Разложение сигнала ДФМ в ряд Фурье

$$s_{\text{ДФМ}}(t) = U_m \left[\cos(m_{\text{ФМ}} \sin \omega_0 t) - \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{2 \sin m_{\text{ФМ}}}{n \pi} [\sin 2 \pi (f_0 - n f_{\tau}) t + \sin 2 \pi (f_0 + n f_{\tau}) t] \right].$$

Приближенная ширина спектра сигнала ДФМ будет равна следующему

$$\Delta \omega_{\text{ДФМ}} \approx 2(m_{\text{ФМ}} + 1) \Delta \omega_b = (\pi + 2) \Delta \omega_b.$$

Энергии сигналов $s_0(t)$ и $s_1(t)$ при ДФМ равны: $E_0 = E_1 = E$.

Взаимная энергия и коэффициент корреляции для компонент сигнала ДФМ $E_{0,1} = -E$, $\rho_{0,1} = -1$, а квадрат расстояния для ДФМ сигналов равен

$$d_{\text{ДФМ}}^2 = 4E.$$

Сигналы ДЧМ и ДФМ являются сигналами с активной паузой, а сигнал ДФМ называют еще сигнальным процессом с противоположными фазами. Для расстояний между двоичными компонентами сигналов ДАМ, ДЧМ и ДФМ справедливо неравенство $d_{\text{ДАМ}} < d_{\text{ДЧМ}} < d_{\text{ДФМ}}$, что наблюдается из их геометрического представления в сигнальном пространстве на рисунке 2. Отсюда можно сделать заключение, что наилучшую помехозащищенность в СПД будут иметь сигналы ДФМ.

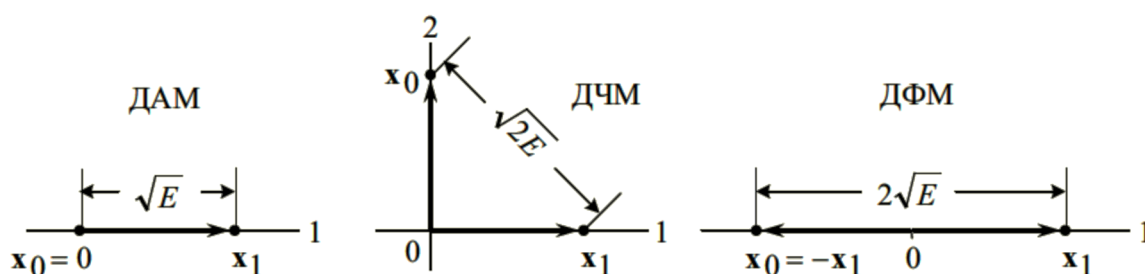


Рис. 2. Сигнальные векторы ДАМ, ДЧМ и ДФМ.

Спектр двоичных ФМ сигналов практически отличается от спектра АМ сигналов лишь тем, что у него подавлены колебания несущей частоты. Степень подавления зависит от характера функции инфосигнала $a(t)$. В современных СПД с ФМ удается передавать 0,9 бит/с на 1 Гц полосы частот.

Относительная ДФМ.

При передаче сигнала ДФМ по каналу связи с шумом наибольшую помехоустойчивость его приема получают при использовании когерентного (согласованного по фазе) демодулятора, для работы которого требуется когерентный опорный генератор напряжения. Такое напряжение обычно получают из проходящего канального сигнала $y(t)$ и его параметры при этом изменяются случайно, а значит и напряжение опорного генератора под действием помех случайно может изменять свою фазу скачком на π . Такое явление «обратной работы», когда все 1 переходят в 0 и наоборот приводит к срыву синхронизации и связи. Для предотвращения этого явления используется *относительная двоичная фазовая модуляция (ОДФМ)*. При ОДФМ фаза текущего символа s_k отсчитывается от фазы предыдущего символа s_{k-1} . При передаче s_0 фаза текущего символа равняется фазе предыдущего символа, а при передаче s_1 фаза текущего символа изменяется на π по сравнению с фазой предыдущего символа.

М-ичная модуляция в СПД

Основными задачами, стоящими перед СПД является обеспечение *эффективности и помехоустойчивости* передачи дискретных сигналов.

Первая задача заключена в том, чтобы передавать наибольшее количество кодовых символов по каналу связи с заданной верностью и обеспечивается это заданной средней вероятностью ошибки p_e , при наибольшей скорости передачи B .

Вторая задача заключается в том, чтобы обеспечить наилучшую предельно возможную верность приема сообщений при заданной скорости передачи информации по каналу связи с полосой частот F . Заметим, что требования обеспечения одновременно высокой эффективности и помехоустойчивости в СПД противоречивы. В реальных системах такое требование разрешается нахождением компромисса. Например, решение задачи эффективности при фиксированных значениях помехоустойчивости и наоборот.

Обычно качество работы цифровой СПД характеризуется набором внешних и внутренних параметров. Например, *средняя вероятность ошибки p_e* будет внешним параметром СПД, зависящим от внутренних параметров — средней мощности передатчика P , скорости передачи B , СПМ помехи SN_0 . Поэтому для оценки характеристики эффективности в СПД вводят обобщенные частные показатели: *энергетическую или β -эффективность* и *частотную или γ -эффективность*

$$\beta = \frac{B}{P/SN_0}, \quad \gamma = \frac{B}{F}.$$

Это значит, что разрабатывая модулятор СПД, следует применять тот вид модуляции, который реализует максимум β при заданном γ или максимум γ при заданном β .

Сущность многократных методов манипуляции заключается в том, что модулируемый параметр (например амплитуда, частота, фаза) принимает не два (как при однократной модуляции), а большее число различных значений. Каждая передаваемая посылка переносит в результате большее количество информации, чем при однократной манипуляции.

М-ичные сигналы. Постановка задачи синтеза.

Рассмотрим синтез М-ичных сигналов с повышенной эффективностью. Запишем обобщенную модель модулированного сигнала СПД

$$s(t) = U(t) \cos[2\pi f_0 t + \Psi(t)],$$

в которой $U(t)$ — действительная огибающая сигнала (по закону амплитудной модуляции); $\Psi(t)$ — текущая функция фазы (по закону фазовой модуляции); f_0 — частота высокочастотного сигнала-переносчика. Используя свойство косинуса суммы углов, $s(t)$ можно переписать как

$$s(t) = S_I(t) \cos 2\pi f_0 t - S_Q(t) \sin 2\pi f_0 t,$$

где $S_I(t) = U(t) \cos \Psi(t)$ и $S_Q(t) = U(t) \sin \Psi(t)$ — *синфазная и квадратурная составляющие* сигнала. Сигналы $U(t)$ и $\Psi(t)$ являются низкочастотными сигналами, значит и сигналы $S_I(t)$ и $S_Q(t)$ также низкочастотные. Последнее утверждение обозначает, что при переносе на несущую частоту f_0 любой сигнал исчерпывающе описывается двумя независимыми низкочастотными квадратурными составляющими. Значит, при синтезе сигналов доступно удвоение

количества независимых отсчетов, которое, как и для случая низкочастотных сигналов равно $N=2FT$.

Задача синтеза ансамбля сигналов определяется как построение в пространстве заданной размерности N сигнального созвездия из M точек или векторов, удовлетворяющее энергетическим ограничениям и обладающее максимально возможным минимальным расстоянием $\max(d_{min})$ между сигнальными точками.

По-другому эта задача формулируется так — в пространстве заданной размерности N построить сигнальное созвездие из M точек или векторов с заданным минимальным расстоянием d_{min} , обеспечивающим минимум энергетической эффективности в средней энергии $\min E$ (для объемной упаковки сигналов), либо при равной энергии для всех сигналов (в случае сферической упаковки сигналов).

М-ичная амплитудная модуляция (МAM).

Для М-ичной АМ $M=2^m$, $m>1$ и $N=1$ - одномерное пространство - прямая — геометрическое место размещения сигнальных точек для случая, когда информационным параметром сигнала является амплитуда U при нулевой начальной фазе $\varphi_0=0$ и базисной функции $\psi_1(t)=\cos 2\pi f_0 t$.

При компактной укладке сигнальные точки располагаются равномерно от U_{min} до U_{max} и при $M=2^2=4$ размещены на прямой как показано на рисунке 3.

Оптимальный синтез созвездия осуществляется так, чтобы кодовым комбинациям $b_1 b_0$, соответствующим разным сигнальным точкам и отличающимся от соседних одним символом (циклический код Грэя), соответствовали соседние сигнальные точки: $00 \rightarrow s_1$, $01 \rightarrow s_2$, $11 \rightarrow s_3$, $10 \rightarrow s_4$.

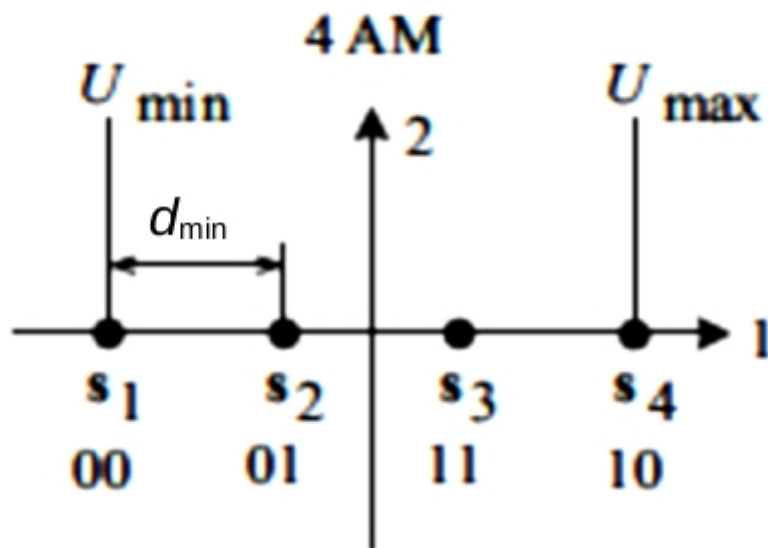


Рис. 3. Сигнальное созвездие 4АМ.

В СПД исходное сообщение $a(t)$ кодируется и преобразуется в последовательность двоичных символов, принимающих на каждом битовом интервале T_b значения 0 или 1. Затем путем объединения двоичных символов эта последовательность преобразуется в симметричную по уровню МAM последовательность с $M=2^m$. Первичный информационный сигнал МAM

представляет собой стационарную последовательность случайных равновероятных величин с нулевым средним, которые в моменты $t_k = kT_s$, где $T_s = T_b \cdot \log 2M$, принимают кусочно-постоянные значения

$$s_i = (2i - 1 - M) \cdot c, \quad i = 1 \dots M,$$

где расстояние между сигнальными точками созвездия $S = [s_i]$ равно $d_{min} = 2c$ и характеризует энергетическую базу сигнала МАМ.

Важным параметром созвездия S является средняя мощность

$$\bar{P}_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (2i - 1 - M)^2 \cdot c^2 = \frac{(M^2 - 1)c^2}{3}.$$

Отсюда находим величину c через среднюю мощность сигнала МАМ

$$c = \sqrt{\frac{3\bar{P}_s}{M^2 - 1}}.$$

Так, при $M=2$, $c = \sqrt{\bar{P}_s}$, а при $P_s = 1$, $c = 1$. При $M = 4$ и $P_s = 1$, $c = \sqrt{\frac{1}{5}}$.

Квадратурная амплитудная модуляция (КАМ).

Развитием МАМ являются *сигналы квадратурной АМ (КАМ)*, при $M=2^m$, $m > 1$ и $N=2$ — сигнальное двумерное пространство — плоскость в качестве геометрического места сигнальных точек, когда информационными являются два параметра сигнала — это амплитуда U и текущая фаза Ψ . В этом случае используются две ортогональные базисные функции: $\psi_1(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ и $\psi_2(t) = \sin(2\pi f_0 t)$. Геометрически на сигнальной плоскости они обозначаются индексами I и Q .

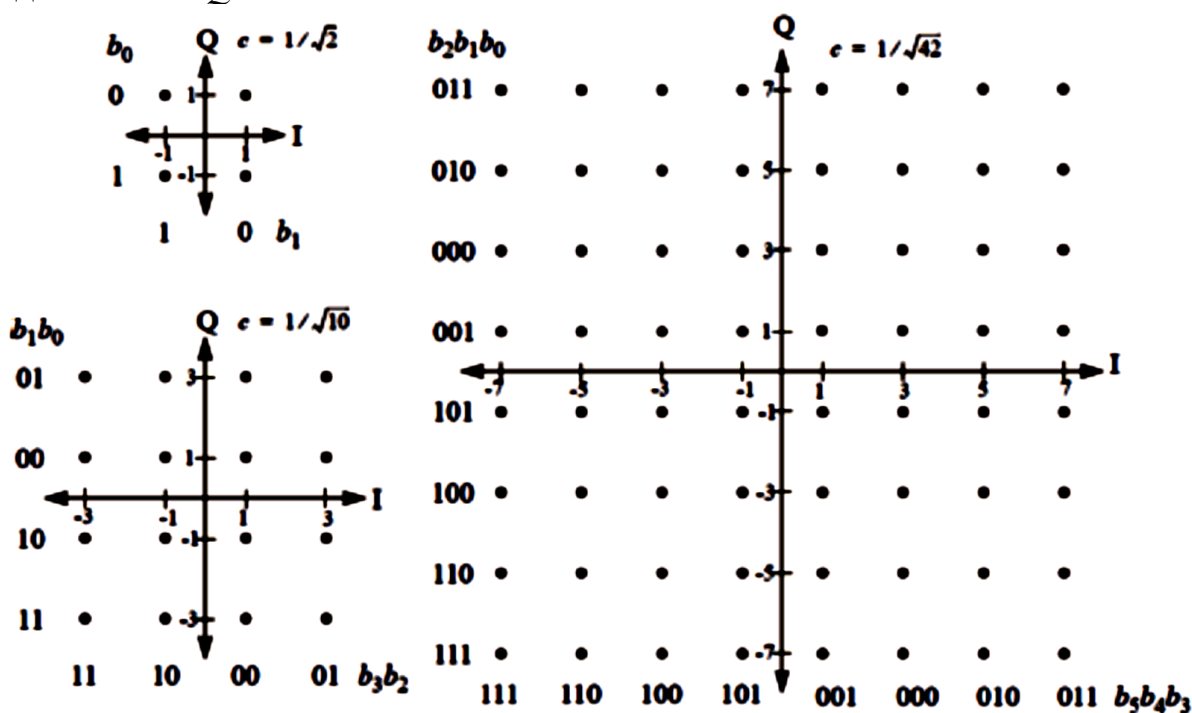


Рис. 4. Сигнальные созвездия КАМ — 4КАМ, 16КАМ, 64КАМ.

Сигнальное созвездие КАМ является двумерным, симметричным, упакованным созвездием, которое, теоретически не является оптимальным, тем не менее удобно в реализации. На рисунке 4 приведены созвездия $(M \times M)$ КАМ 4КАМ, 16КАМ и 64КАМ с параметром

$$c = \sqrt{\frac{3}{2(M^2 - 1)}}, \quad \text{при } \bar{P}_s = 1.$$

Модулирующий информационный сигнал КАМ содержит две стационарные последовательности случайных величин с нулевым средним, которые в моменты $t_k = kT_s$, где $T_s = 2T_b \cdot \log_2 M$, принимают кусочно-постоянные значения в соответствии с $s_i = (2i - 1 - M) \cdot c$, $i = 1 \dots M$.

Канальный сигнал КАМ равен

$$s_{\text{КАМ}}(t) = s_i \cdot u(t) \cos 2\pi f_0 t - s_j \cdot u(t) \sin 2\pi f_0 t, \quad \text{при } i, j = 1 \dots M,$$

где $u(t)$, $t \in 2T_b$ — низкочастотные огибающие, согласованные с временными характеристиками канала связи СПД.

М-ичная относительная фазовая манипуляция (МОФМ).

Разработчики цифровых современных СПД достаточно широко применяют сигналы М-ичной относительной фазовой манипуляции (МОФМ). МОФМ представляет собой созвездие с равномерно расположенными по окружности сигнальными векторами, оптимальными с позиции сферической упаковки сигнала.

В системах и устройствах ПД часто используется четырехфазная ОФМ (4ОФМ) или по-другому она называется двукратная ОФМ (ДОФМ), в основе которой лежит передача четырех сигналов по два бита в каждом. Обычно используют два набора фаз — $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ (ДОФМ) или $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ (ДОФМ со смещением или ДОФМс). Эти сигнальные созвездия показаны на рисунке 5 совместно с созвездием, когда число кодируемых бит равно трем (8 позиций поворота фазы), тогда расстояние между сигнальными точками уменьшается, что ухудшает помехоустойчивость ОФМ.

При равном числе точек в сигнальном созвездии спектр сигнала ДОФМ идентичен спектру сигнала КАМ. Помехоустойчивость систем с ДОФМ несколько ниже, чем с КАМ. Основная причина состоит в том, что расстояние между сигнальными точками в системе ДОФМ меньше, чем в системах с КАМ.

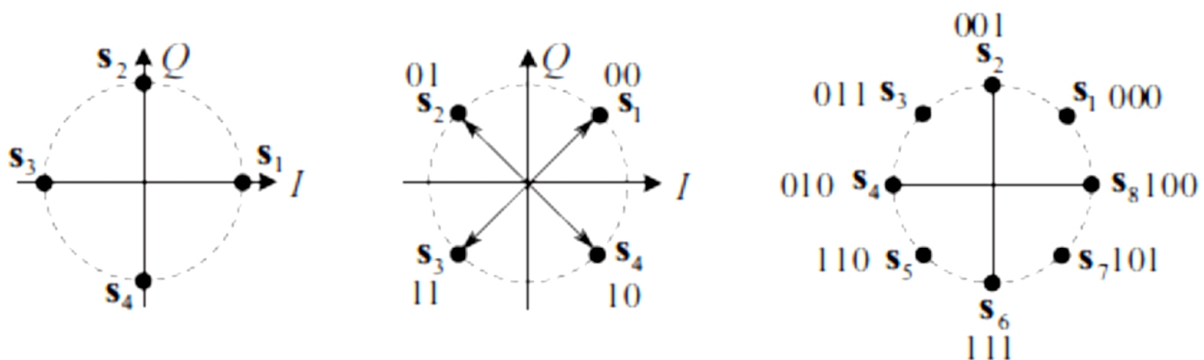


Рис. 5. Сигнальные созвездия ДОФМ, ДОФМ со смещением и 8ОФМ.

Амплитудно-частотно-фазовая манипуляция (АЧФМ).

При таком способе модуляции информационными предполагаются три параметра сигнала-переносчика — амплитуда, частота и фаза и это требует рассмотрение сигнального созвездия в трехмерном объемном пространстве. При компактной упаковке сигнальных векторов получается, что сигнальные точки будут образованы на сферах одинакового радиуса в некотором пространстве при геометрическом рассмотрении места сигнальных точек, распределенных по амплитуде, фазе и частоте или по квадратурам I , Q и частоте F , как показано на рисунке 6 для случая 16АЧФМ. Первая двумерная плоскость на частоте f_0 содержит 8 сигнальных точек $s_1...s_8$. Далее по пространству дополняется в третьем измерении на частоте f_1 второй плоскостью, в которой следующие 8 сигнальных точек $s_9...s_{16}$ имеют аналогичные первой плоскости амплитуды и фазы. При этом АФМ сигналы на разных частотах — ортогональны. Введение третьей размерности позволяет увеличить объем алфавита модулятора или скорости передачи при сохранении той же помехоустойчивости.

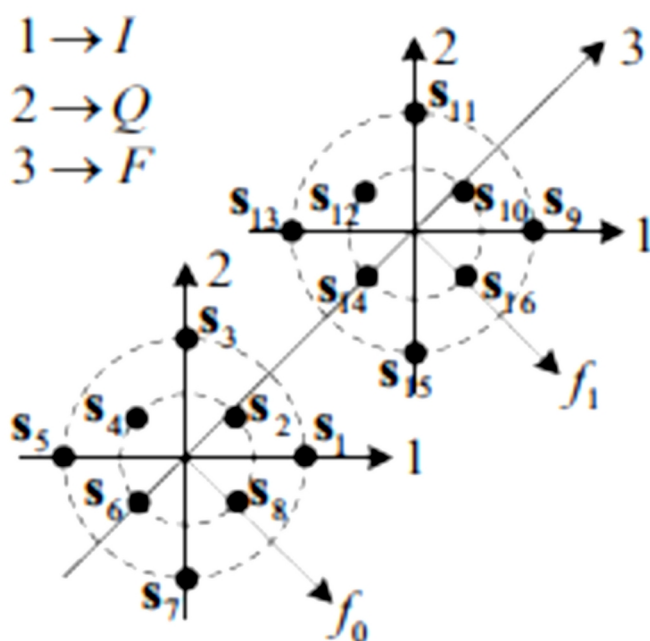


Рис. 6. Созвездие сигналов 16АЧФМ.

Многоступенчатые виды модуляции

Широкое распространение получила двухступенчатая модуляция. Передаваемым сообщением вначале модулируется так называемое поднесущее колебание. Затем полученным сигналом модулируется несущее колебание. В реальных СПД применение нашли такие виды двухступенчатой модуляции, как АМ—АМ; АМ—ЧМ; ЧМ—ЧМ; ЧМ—АМ; ФМ—АМ; ИКМ — ФМ и др.

Прием сигнальных сообщений при таких способах модуляции также осуществляется с использованием двух ступеней детектирования. Вначале происходит детектирование несущего колебания и затем вторая ступень детектирования обеспечивает восстановление передаваемого сообщения. Значение коэффициента выигрыша при многоступенчатой модуляции зависит от вида модуляции на обеих ступенях.

Сигналы импульсной модуляции

В импульсных системах передачи сигналов характерной особенностью является то, что энергия сигнала излучается в виде коротких импульсов. Частота повторения импульсов выбирается исходя из допустимой точности восстановления непрерывного сообщения при его демодуляции. Минимальное значение частоты повторения выбирается из условия $F_T = 1/T_0 \geq 2F_m$, где F_m — максимальная частота в спектре передаваемого непрерывного низкочастотного информационного сигнала $a(t)$. Сигналы импульсной модуляции приведены на рисунке 7.

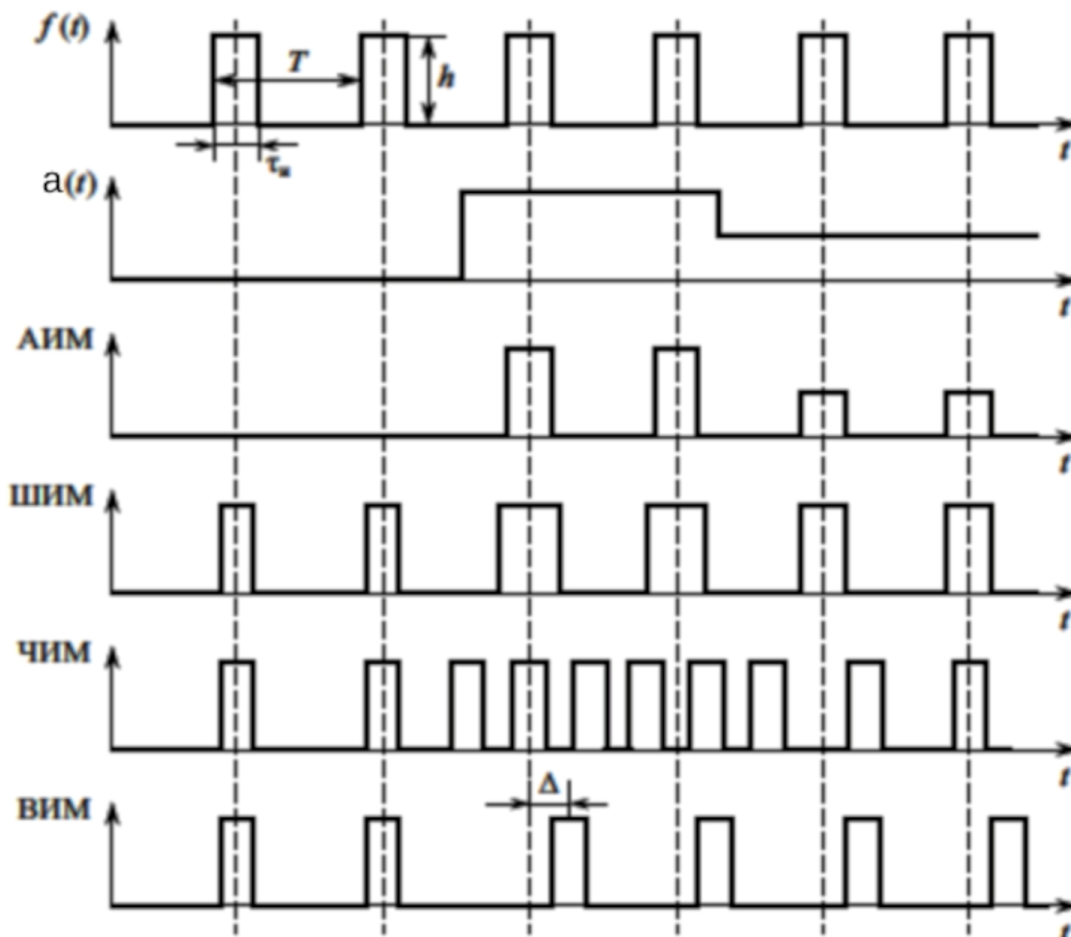


Рис. 7. Сигналы импульсной модуляции.

На рисунке 7 — $f(t)$ - импульсный сигнал-переносчик; $a(t)$ - информационный сигнал; сигналы АИМ, ШИМ, ЧИМ, ВИМ.

В реальных системах связи каналные информационные непрерывные сигналы квантуются по времени и уровню и затем полученные при этом дискретные значения преобразуют в кодовые комбинации, состоящие из импульсов равной амплитуды и длительности, (по существу, преобразуются в цифровую форму), и затем последовательно передаются от первого до последнего канала, обеспечивая *кодowo-импульсную модуляцию* (КИМ) или *импульсно-кодovую модуляцию* (ИКМ). Информационными видеоимпульсами ИКМ далее может осуществляться амплитудная, частотная, фазовая и другая модуляция несущего колебания.

Сигнал амплитудно-импульсной модуляции (АИМ).

Запишем сигнал АИМ в обобщенной форме представления

$$s_{\text{АИМ}}(t) = [U_m + k_1 a(t)] \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_{\tau}(t - t_0 - kT_0) = U_m [1 + m_1 x(t)] \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_{\tau}(t - t_0 - kT_0),$$

где $v_{\tau}(t)$ — функция, описывающая форму одиночного импульса длительностью τ ; $m_1 = k_1 a_m / U_m$ — глубина модуляции АИМ сигнала; $x(t) = a(t) / a_m$ — нормированный инфосигнал; a_m — максимальное значение $a(t)$.

Не модулированную периодическую последовательность импульсного сигнала-переносчика представляем рядом Фурье

$$u(t) = U_m \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_{\tau}(t - t_0 - kT_0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{jnt \frac{2\pi}{T_0}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n e^{j2\pi n t F_T},$$

с комплексными амплитудами

$$\dot{C}_n = \frac{U_m}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} v_{\tau}(t) e^{-j2\pi n t F_T} dt,$$

и круговой частотой $\omega_n = 2\pi n F_T$, кратной частоте повторения импульсов сигнала-переносчика. По результатам полученных формул комплексный спектр АИМ сигнала представим в виде

$$S_{\text{АИМ}}(j\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n \delta(j\omega - j\omega_n) + m_1 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n S_a(j\omega - j\omega_n),$$

где $\delta(j\omega - j\omega_n)$ — дельта-функция Дирака в частотной области, $S_a(j\omega - j\omega_n)$ — спектр информационного сигнала, смещенный на частоту $\omega_n = 2\pi n F_T$.

Первая слагаемое в формуле, не зависящее от m_1 , представляет собой периодическую последовательность дельта-импульсов, характеризующих спектральную плотность комплексных амплитуд немодулированной несущей. При амплитудной модуляции рядом с каждым дельта-импульсом появляются боковые составляющие, повторяющие спектральную плотность комплексных амплитуд информационного сообщения. Отсюда делаем вывод, что спектр сигнала АИМ представляет собой многократно повторенный спектр аналоговой АМ, в котором роль «несущих частот» выполняют гармоники основной частоты следования импульсов.

Сигнал время-импульсной модуляции (ВИМ).

При ВИМ величина временного сдвига импульсов (относительно тактовых точек) определяется амплитудой модулирующего информационного сигнала и не зависит от его частоты. Далее полагаем, что не модулированные импульсы сигнала-переносчика имеют прямоугольную форму, длительность τ и частоту следования F_T . За начало отсчета времени принимается момент, соответствующий середине импульса сигнала-переносчика, так что на интервале, равном периоду повторения $T_0=1/F_T$, импульс можно записать в виде

$$v_\tau(t) = \begin{cases} U_m, & t_1 \leq t \leq t_2, \\ 0, & t_1 > t > t_2, \end{cases}$$

где t_1 и t_2 — временная отметка переднего и заднего фронтов каждого импульса с длительностью $\tau = t_2 - t_1$.

Запишем не модулированную периодическую последовательность прямоугольных импульсов $v_\tau(t)$ в виде ряда Фурье

$$v_\tau(t) = U_m \left(\frac{\tau}{T_0} + \frac{1}{\pi} \right) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} [\sin 2\pi k F_T (t - t_1) - \sin 2\pi k F_T (t - t_2)].$$

В случае ВИМ ширина импульса остается постоянной, а изменяются в соответствии с передаваемым информационным сигналом $a(t)$ передний и задний фронты импульса $v_\tau(t)$. Фронты импульсов изменяются в соответствии с

$$t_1(a, t) = \frac{\tau}{2} - \Delta t_m a(t), \quad t_2(a, t) = \frac{\tau}{2} - \Delta t_m a(t - \Delta t_m).$$

Если информационный сигнал представлен как $a(t) = \sin \Omega t$, то сигнал ВИМ будет

$$s_{ВИМ}(t) = U_m \left\{ \frac{1}{T_0} \left[\tau + 2\Delta t_m \sin \left(\frac{1}{2} \Omega \tau \right) \cos \Omega \left(t - \frac{1}{2} \tau \right) \right] + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k\pi} J_n \left(k\pi \frac{2\Delta t_m}{T_0} \right) \cdot \sin \left((2\pi k F_T + n\Omega)t + k\pi \frac{\tau}{T_0} \right) - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k\pi} J_n \left(k\pi \frac{2\Delta t_m}{T_0} \right) \cdot \sin \left((2\pi k F_T + n\Omega)t - k\pi \frac{\tau}{T_0} - n\Omega \tau \right) \right\},$$

где $J_n \left(k\pi \frac{2\Delta t_m}{T_0} \right)$ — функция Бесселя первого рода n -го порядка.

Делаем вывод, что амплитуды спектральных составляющих боковых частот $(2\pi k F_T \pm n\Omega)$ сигнала ВИМ зависят от индекса модуляции $m_2 = 2\Delta t_m / T_0$. Если скважность не модулированных импульсов $Q = T_0 / \tau \gg 1$, то предельное значение индекса m_2 близко к единице. Аргумент функций Бесселя при малых значениях k оказывается большим $k\pi m_2 > 1$; амплитуды компонент с частотами $(2\pi k F_T - n\Omega)$ и $n > 1$ получаются довольно большими и пренебрегать ими нельзя.

Сигнал частотно-импульсной модуляции (ЧИМ).

Для сигнала ЧИМ по закону информационного сигнала изменяется частота следования импульсов сигнала-переносчика — $F(t)=F_T+m_4a(t)$. Подставляя $F(t)$ в соотношение не модулированного $u(t)$ для ЧИМ сигнала (см. выше по тексту), получим

$$s_{ЧИМ}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n(t) e^{j2\pi n[F_T+m_4a(t)]t},$$

у которого комплексные амплитуды будут следующими

$$\dot{C}_n = \frac{U_m}{T_0} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} v_{\tau}(t) e^{-j2\pi nt[F_T+m_4a(t)]} dt.$$

Следует заметить, что ВИМ и ЧИМ функционально связаны друг с другом и отдельно в технических реализациях (устройствах) обычно не существуют. Поэтому, при информационном сигнале $a(t)=\sin\Omega t$ структура сигнала ВИМ сравнима со структурой сигнала ЧИМ, если взять $a(t)=\cos\Omega t$, и определяется соотношением $s_{ЧИМ}(t)$ аналогичным формуле $s_{ВИМ}(t)$ (см. выше по тексту).

Сигнал широтно-импульсной модуляции (ШИМ).

При ШИМ за начало отсчета времени принимается момент, соответствующий середине импульса и на интервале, равном периоду повторения $T_0 = 1/F_T$, импульс описывается выражением $v_{\tau}(t)$.

$$v_{\tau}(t) = \begin{cases} U_m, & t_1 \leq t \leq t_2, \\ 0, & t_1 > t > t_2, \end{cases}$$

При модуляции ширины импульса по закону передаваемого информационного сообщения $a(t)$ соответственно изменяется обычно только временное положение переднего фронта импульса и такой вид модуляции ШИМ называют *односторонней модуляцией длительности импульса*. Обозначим максимальное отклонение переднего фронта импульса через $\Delta\tau_m \ll \tau$. И отсюда положение фронтов импульсов при модуляции можно записать как

$$t_1(a, t) = -\frac{\tau}{2} - \Delta\tau_m a(t), \quad t_2(a, t) = \frac{\tau}{2}.$$

Для информационного сигнала представленного как $a(t)=\sin\Omega t$, сигнал ШИМ будет следующим

$$s_{ШИМ}(t) = U_m \left\{ \frac{1}{T_0} \left[\tau + 2\Delta\tau_m \sin\Omega t \right] - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k\pi} \left[2\pi F_T \left(t - \frac{\tau}{2} \right) \right] + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k\pi} J_n \left(k\pi \frac{2\Delta\tau_m}{T_0} \right) \cdot \sin \left((2\pi k F_T + n\Omega) t + k\pi \frac{\Delta\tau_m}{T_0} \right) \right\}.$$

Анализируя полученную формулу можно сказать, что около гармоник kF_T основной частоты сигнала-переносчика есть теоретически бесконечное количество боковых частот вида $(2\pi k F_T \pm n\Omega)$, $n=1, 2, 3, \dots$, амплитуды которых определяются значениями функций Бесселя и зависят от величины девиации фронта импульса $m_3 = \Delta\tau_m/\tau$, то есть параметра, показывающего *коэффициент глубины модуляции длительности импульса* сигнала-переносчика. Верхнее предельное значение $m_3 = 1$. При скважности $Q = T_0/\tau \gg 1$ для составляющих с большим значением k (которые только и следует учитывать, так как амплитуды

спектральных составляющих обратны k) получаем, что $2\pi k/Q \ll 1$. Для малых значений аргумента функции Бесселя получим

$$J_1(m) \approx m/2, \quad J_2(m), \quad J_3(m), \quad \dots, \quad J_n(m) \ll J_1(m).$$

Это и является причиной того, что спектр сигнала ШИМ на частотах вблизи $\omega=0$ совпадает по структуре со спектром сигнала АИМ.

Демодуляция модулированных импульсных сигналов.

Демодуляция — это процесс выделения полезной составляющей из спектра принимаемого сигнала.

При АИМ она может быть выделена фильтром нижних частот (ФНЧ). Полоса пропускания ФНЧ рассчитывается на неискаженное выделение сигнала с максимальной шириной спектра $0 < f \leq f_{max}$. Для исключения комбинационных искажений необходимо, чтобы никакие другие составляющие спектра частот не попадали в полосу прозрачности фильтра. Ближайшей к полосе прозрачности фильтра является составляющая $F_T - f_{max}$, где $F_T = 1/T_0$, — частота следования импульсов. Условие неискаженного воспроизведения АИМ имеет поэтому вид $f_{max} < F_T - f_{max}$ или $F_T > 2 f_{max}$. При большой скважности импульсов, когда амплитуда напряжения модулирующих частот становится мала, перед фильтром ставят пиковый детектор, напряжение на выходе которого приближается к огибающей модулированных импульсов.

При ШИМ основным методом выделения полезной составляющей является демодуляция с помощью фильтра низких частот. Поскольку тактовые частоты окружены бесконечным количеством пар боковых частот, в полосу пропускания фильтра попадают частотные составляющие $mF_T - nf$ ($m, n=0, 1, 2, \dots$), вызывающие искажения передаваемого сигнала. Считают, что неискаженный прием обеспечивается, если $F_T/f_{max} > 3 \dots 6 \dots$

При ВИМ амплитуда полезной составляющей мала и значительно зависит от частоты. Поэтому перед демодуляцией ВИМ обычно преобразуют в ШИМ или в АИМ.

Ошибки передачи при АИМ снижаются с уменьшением периода следования импульсов. От флуктуаций фазы сигнала ошибки АИМ не зависят. При ШИМ точность фильтрации и восстановления инфосигнала улучшается с уменьшением периода следования импульсов и с повышением степени прямоугольности импульсов. При ВИМ ошибки восстановления и фильтрации тем меньше, чем меньше длительность фронта импульса и больше период их следования.

Наибольшей точностью передачи вообще-то обладает ВИМ. Но, преимущество этого вида модуляции тем выше, чем больше скважность импульсов и чем ближе форма этих импульсов к прямоугольным. АИМ обладает сравнительно низкой помехоустойчивостью и применяется преимущественно в качестве промежуточного вида модуляции. По помехоустойчивости ШИМ занимает среднее промежуточное положение. Применяется в многоканальных линиях телеуправления, а также в виде промежуточного вида модуляции в системах связи.

По вероятности ошибки при передаче дискретного сообщения наибольшей помехоустойчивостью из всех видов модуляции обладает ИКМ-ФМ.