Лекция

по учебной дисциплине «Теория, системы и устройства передачи данных»

ст. преп. каф. СС и ПД Владимиров Сергей Александрович

Тема: **Сигналы систем и устройств передачи данных. Модуляция и манипуляция, их разновидности, методы получения, модельное представление.**

Лекция: **Модуляция сигналов при передаче данных.**

Учебные вопросы:

1. Модуляция, основные понятия. Амплитудная модуляция. Сигналы с АМ.
2. Угловая модуляция сигналов. Фазовая и частотная модуляция.
3. Применение модуляции для реальных сигналов.

Литература:

1. Емельянов Г. А., Шварцман В. О. Передача дискретной информации: Учебник для вузов. — М.: Радио и связь, 1982. — 240 с.
2. Олифер В. Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы : учебник для вузов / В. Г. Олифер, Н. А. Олифер. – СПб. : Питер, 2012. – 943 с.

Модуляция, основные понятия.

Модуляция — процесс формирования информационного признака для сигнала переносчика информации от передатчика к приемнику в канале связи.

Модулятор — это устройство, предназначенное для формирования канального сигнала заданной модуляции в соответствии с информационным сигналом, для его передачи в канал связи.

Существуют прямые и косвенные методы формирования модулированных сигналов. При использовании прямых методов модулирующий информационный сигнал непосредственно через модулятор воздействует на изменяемый параметр сигнала-переносчика. Обычно это один — амплитуда, фаза, частота, или комбинация параметров сигнала-переносчика — амплитуда и фаза или амплитуда и частота. Косвенные методы модуляции базируются на использовании более сложных параметрических изменений сигнала-переносчика в зависимости от заданного аналитического выражения формирования канального модулированного сигнала (формулы модуляции).

Для дискретных систем передачи данных, когда информационный параметр сигнала-переносчика меняется скачком в соответствии с дискретным или квантованным значением информационного сигнала вводится понятие *дискретной модуляции* или *манипуляции*.

Амплитудная модуляция.

Амплитудная модуляция (АМ) сигнала-переносчика — это в традицион-ном понимании высокочастотное гармоническое колебание с постоянной частотой и начальной фазой, амплитуда которого изменяется по закону информационного сигнала $s_{AM}(t)=U_m[1+m_{AM}x(t)]\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$,

где U_m - амплитуда, ω_0 - фаза, φ_0 - начальная фаза сигнала-переносчика, $x(t)$ -

нормированный информационный сигнал с амплитудами в диапазоне *[0 . . . 1]*, m_{AM} - коэффициент глубины амплитудной модуляции

$$m_{AM}=\frac{U_{max}-U_{min}}{U_{max}+U_{min}},$$

где U_{max} и U_{min} - максимальная и минимальная амплитуды сигнала-переносчика.

При амплитудной модуляции одночастотным гармоническим информационным сигналом спектр АМ сигнала-переносчика будет содержать три составляющие:

- *несущую* на частоте ω_0,
- *нижнюю боковую составляющую* на частоте $\omega_{min}=(\omega_0-\Omega)$ с амплитудой $U_{нб}=m_{AM}\,U_m/2$,
- *верхнюю боковую составляющую* на частоте $\omega_{max}=(\omega_0+\Omega)$ с амплитудой $U_{вб}=m_{AM}\,U_m/2$.

Ширина спектра АМ сигнала $\Delta\omega=\omega_{max}-\omega_{min}=2\Omega$ будет в два раза больше ширины спектра информационного сигнала.

Анализ спектральных составляющих АМ сигнала показывает, что спектрально и энергетически он не эффективен, по причине того, что полезная информация передается в каждой боковой полосе сообщения, а сам АМ сигнал требует полосу частот в два раза большую, что и приводит к неэффективному использованию частотного ресурса.

Коэффициент полезного действия (КПД) АМ — отношение средней мощности боковых составляющих $P_{нб(вб)}$ АМ сигнала к его средней мощности P

$$\eta_{AM}=\frac{P_{нб(вб)}}{P}=\frac{2U_m^2 m_{AM}^2}{4U_m^2\left(1+\frac{m_{AM}^2}{2}\right)}=\frac{m_{AM}^2}{m_{AM}^2+2}=\frac{1}{1+\frac{2}{m_{AM}^2}}.$$

Формула показывает, что при максимальной глубине модуляции с коэффициентом $m_{AM}=1$ КПД АМ составит 33%. Две трети мощности АМ тратится на передачу несущей. Для увеличения энергоэффективности АМ применяют другие разновидности АМ.

Сигналы с АМ.

Сигнал балансной модуляции (БМ) — АМ сигнал с подавленной несущей.

Подавление сигнала несущей частоты в схемах устройств обычно реализуется при помощи балансных схем и поэтому такой вид модуляции называется балансной модуляцией (БМ) и определяется выражением

$$s_{БАМ}(t)=x(t)\cdot\cos(\omega_0 t+\varphi_0).$$

Спектр сигнала БМ энергетически более эффективен, так как мощность на несущую не тратится, а на каждую из боковых полос приходится не 33%, как в АМ, а уже 50% мощности.

Балансная амплитудная модуляция, несмотря на свои достоинства, не нашла широкого применения в радиотехнике и связи. Если рассмотреть осциллограмму биений, может показаться неясным, почему в спектре этого сигнала нет несущей частоты, хотя налицо присутствие высокочастотного заполнения, изменяющегося во времени именно с этой частотой.

Дело в том, что при переходе огибающей биений через нуль фаза высокочастотного заполнения скачком изменяется на π (180°), поскольку функция $cos(\Omega t + \varphi_0)$ имеет разные знаки слева и справа от нуля. Если такой сигнал подать на высокодобротную колебательную систему, например, LC-контур, настроенный на частоту ω_0, то выходной эффект будет очень мал, стремясь к нулю при возрастании добротности контура. Колебания в системе, возбужденные одним периодом биений, будут гаситься последующим периодом. Именно это в реальной ситуации происходит для БМ сигнала исходя из физических позиций.

Сигнал однополосной амплитудной модуляции (ОАМ).

Для эффективного и экономного использования частотного диапазона применяются системы связи с однополосной амплитудной модуляцией, которые позволяют значительно сократить необходимую для передачи информации эффективную полосу частот. Боковые полосы сигнала БМ с информационной точки зрения совершенно идентичны и поэтому есть возможность ограничиться передачей частотных составляющих только одной из боковых полос. Такой сигнал АМ с подавленными несущей и одной боковой частотной полосой называют сигналом однополосной АМ (ОАМ).

Сигнал ОАМ обычно узкополосный и в общем случае представляется формулой

$$s_{OAM}(t) = U_m \sqrt{x^2(t) + x_H^2(t)} * \cos[\omega_0 t - arctg(\frac{x_H(t)}{x(t)})],$$

где $x_H(t)$ - функция информационного сигнала сопряженная по Гильберту с $x(t)$.

Сигналы ОАМ представляют собой гармоническое колебание, модулированное одновременно по амплитуде и фазе, причем законы модуляции амплитуды U_m и фазы $\varphi(x,t)=arctg(x_H(t)/x(t))$ значительно отличаются от сигнала $x(t)$.

Угловая модуляция сигналов.

Сигналам с угловой модуляцией (УМ) соответствуют сигналы с изменением в соответствии с информационным сигналом второго аргумента, а именно полной фазы гармонического колебания $\psi(t)=\omega t+\varphi$. К разновидностям сигналов с УМ относятся сигналы с фазовой модуляцией (ФМ) и частотной модуляцией (ЧМ).

Фазовая модуляция.

Фазовая модуляция (ФМ) сигнала-переносчика — это обычно высокочастотное гармоническое колебание с постоянной амплитудой, начальная фаза (угол) которого изменяется в соответствии с изменением информационного сигнала $x(t)$

$$s_{ФМ}(t) = U_m \cos(\omega_0 t + m_{ФМ} x(t) + \varphi_0),$$

где U_m - амплитуда, ω_0 - фаза, φ_0 - начальная фаза сигнала-переносчика, $x(t)$ - нормированный информационный сигнал с амплитудами в диапазоне $[0\ .\ .\ .\ 1]$, $m_{ФМ}$ - индекс фазовой модуляции, определяющий максимальное отклонение фазы ФМ сигнала от начальной фазы сигнала-переносчика

$$m_{AM} = \varphi_{max} - \varphi_0 .$$

В сигнале с ФМ одновременно с фазой наблюдается изменение и частоты

$$\omega_{ФМ}(t) = \frac{d\,\psi(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[\omega_0 t + m_{ФМ} x(t) + \varphi_0] = \omega_0 + m_{ФМ} \frac{d\,x(t)}{dt} .$$

Частотная модуляция.

Частотная модуляция (ЧМ) сигнала-переносчика — это когда у высокочастотного гармонического колебания с постоянной амплитудой мгновенная частота изменяется в соответствии с изменением информационного сигнала *x(t)*

$$s_{ЧМ}(t)=U_m\cos\psi_{ЧМ}(t)=U_m\cos(\omega_0 t+\omega_d\int_0^t x(\tau)d\tau+\varphi_0),$$

где ω_d - девиация частоты, определяющая максимальное отклонение частоты ЧМ сигнала от частоты сигнала-переносчика

$$\omega_d=\omega_{max}-\omega_0.$$

В сигнале с ЧМ одновременно с изменением мгновенной частоты наблюдается изменение и фазы

$$\varphi_{ЧМ}(t)=\omega_d\int_0^t x(\tau)d\tau+\varphi_0.$$

Различия между ФМ и ЧМ сигналами.

Когда информационный сигнал *x(t)* — достаточно гладкая функция, то внешне осциллограммы ФМ и ЧМ сигналов не будут отличатся. При этом имеется принципиальная разница: *фазовый сдвиг* между ФМ сигналом и немодулированным колебанием пропорционален мгновенной амплитуде *x(t)*, в то время как для ЧМ сигнала этот сдвиг пропорционален интегралу от передаваемого сообщения *x(t)*.

То есть ЧМ и ФМ сигналы ведут себя по разному при изменении частоты модуляции и амплитуды модулирующего сигнала.

При ЧМ девиация частоты ω_d пропорциональна амплитуде *x(t)* информационного сигнала и величина ω_d не зависит от частоты *x(t)* информационного сигнала. А при ФМ ее индекс $m_{ФМ}$ оказывается пропорциональным амплитуде *x(t)* информационного сигнала и не зависит от его *x(t)* частоты. Поэтому, девиация частоты при фазовой модуляции для ФМ сигнала в соответствии с формулой $\omega_{ФМ}(t)$ линейно увеличивается с ростом частоты.

У ЧМ перед ФМ есть некоторое преимущество — независимость девиации частоты от параметров информационного сигнала.

Однополосная ФМ и однополосная ЧМ

$$\text{ОФМ} — \quad s_{ОФМ}(t)=U_m e^{-m_{ФМ}x_H(t)}*\cos[\omega_0 t-m_{ФМ}x_H(t)],$$

$$\text{ОЧМ} — \quad s_{ОЧМ}(t)=U_m e^{-\omega_d\int_0^t x_H(\tau)d\tau}*\cos[\omega_0 t-\omega_d\int_0^t x_H(\tau)d\tau].$$

Применение модуляции для реальных сигналов

Практически все реальные информационные сигналы относятся к классу случайных процессов. Поэтому и модулированные случайными информационными процессами сигналы рассматриваются как случайные процессы, полное описание которых возможно при вероятностных подходах.

Прикладной интерес представляет рассмотрение корреляционной функции (КФ) и спектра плотности мощности (СПМ) модулированного сигнала не только в том случае, когда случайным является лишь модулирующий сигнал, а переносчиком служит детерминированное колебание, но также когда сигнал-переносчик — некоторый случайный сигнальный процесс (обычно узкополосный). Сигнал-переносчик в этом случае называется шумовым несущим колебанием. Модуляция с шумовым переносчиком применяется в оптических СПД с некогерентным излучением. Применение шумового несущего колебания позволяет ослабить мешающее действие замираний уровня сигналов в каналах с многолучевым распространением радиоволн.

Особенности корреляционной функции (КФ) и СПМ модулированных сигналов на примере гармонического переносчика.

Модулирующий процесс (информационный сигнал) $x_a(t)$ — стационарный эргодический случайный процесс. Представим его в виде $x_a(t) = \sigma_a x(t)$, где $x(t)$ — нормированный случайный процесс с нулевым средним, единичной дисперсией и известной КФ $K_x(\tau)$. Отсюда сигналы АМ, ЧМ и ФМ представляем как

$$s_{AM}(t)=U_m\left(1+\frac{\sigma_U}{U_m}x(t)\right)\cos(\omega_0 t+\varphi_0),$$

$$s_{ЧМ}(t)=U_m\cos(\omega_0 t+\Psi_{ЧМ}(t)+\varphi_0)=U_m\cos\left(\omega_0 t+\sigma_\omega\int_0^t x(\tau)\,d\tau+\varphi_0\right),$$

$$s_{ФМ}(t)=U_m\cos(\omega_0 t+\Psi_{ФМ}(t)+\varphi_0)=U_m\cos(\omega_0 t+\sigma_\varphi x(t)+\varphi_0),$$

где $\sigma^2_U = k^2_{AM}\,\sigma_a^2$, $\sigma^2_\omega = k^2_{ЧМ}\,\sigma_a^2$, $\sigma^2_\varphi = k^2_{ФМ}\,\sigma_a^2$ — дисперсии амплитуды, частоты и начальной фазы модулированных сигналов. Для устранения перемодуляции σ_U должна удовлетворять условию $\sigma_U << U_m$.

Обычно модулированные сигналы нестационарны, поэтому СПМ определяем как преобразование Фурье от усреднённой по времени КФ. Полученная в результате зависимость средней мощности от частоты соответствует физической СПМ модулированного сигнала.

Аналоговая АМ.

Считаем, что значения случайного процесса $\sigma_U x(t)/U_m$ не выходят за границы отрезка [−1, 1]. Это достигается нормированием первичного информационного сигнала на входе модулятора. Раскрываем скобки в предыдущем выражении для АМ, получаем

$$s_{AM}(t)=U_m\cos(\omega_0 t+\varphi_0)+\sigma_U x(t)\cos(\omega_0 t+\varphi_0),$$

и отсюда определяем, что процесс $s_{AM}(t)$ имеет математическое ожидание $U_m\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$. Первому слагаемому соответствуют дискретная составляющая СПМ на частоте ω_0 величиной $\frac{U_m^2}{2}$ и КФ вида $\frac{U_m^2}{2}\cos\omega_0\tau$. Второе слагаемое в правой части представляет собой нестационарный центрированный СП $s_x(t)$, полученный умножением стационарного процесса $x(t)$ на неслучайную функцию времени $\sigma_U\cos(\omega_0 t+\varphi_0)$. КФ этого процесса определяется стандартным образом

$$K_{sx}(t,t-\tau)=\sigma_U^2\cos(\omega_0 t+\varphi_0)\cos[\omega_0(t-\tau)+\varphi_0]K_x(\tau).$$

Усредняя это выражение по переменной t, получаем

$$\tilde{K}_{sx}(\tau)=\frac{1}{2}\sigma_U^2 K_x(\tau)\cos(\omega_0\tau).$$

Из полученного выражения видно, что при АМ усреднённая КФ центрированного модулированного сигнала получается умножением КФ сообщения на $\frac{1}{2}\sigma_U^2\cos\omega_0\tau$.

Тогда усреднённая КФ сигнала АМ будет $\tilde{K}_{AM}(\tau)=\frac{1}{2}\left[U_m^2+\sigma_U^2 K_x(\tau)\right]\cos(\omega_0\tau).$

Находим СПМ $S_{AM}(\omega)$ сигнала АМ при модуляции случайным сообщением при помощи преобразования Винера–Хинчина к $K_{AM}(\tau)$ и поскольку $S_{AM}(\omega)$ является чётной функцией частоты, то суммарная усреднённая СПМ, соответствующая КФ для положительных частот будет

$$S_{AM}(\omega)=\frac{1}{2}U_m^2\delta(\omega-\omega_0)+\frac{1}{2}U_m^2 m_{AM}^2 S_x(\omega-\omega_0).$$

где $m_{AM}=\sigma_U/U_m$ — величина, эквивалентная коэффициенту глубины АМ;
$\delta(\omega-\omega_0)$ — дельта-функция Дирака. Значит без перемодуляции СПМ АМ сигнала состоит из несущего колебания, мощность которого $U_m^2/2$, и перемещенного на частоту ω_0 СПМ сообщения или информационного сигнала.
Заметим, что, усреднённые по времени КФ и СПМ АМ сигнала не зависят от распределения вероятностей информационного сигнала $x(t)$, а полностью определяются его КФ или СПМ. Это одно из главных свойств линейной амплитудной модуляции.

Аналоговая УМ.

Сигнал угловой модуляции (УМ) при модуляции случайным сообщением представляется в виде

$$s_{УМ}(t)=U_m\cos(\omega_0 t+\Psi(t)+\varphi_0),$$

где *Ψ(t)* — случайный процесс, связанный с модулирующим сообщением *x(t)* при ЧМ и ФМ соотношениями $s_{ЧМ}(t)$ и $s_{ФМ}(t)$. Сигнал $s_{УМ}(t)$ нестационарный даже при стационарности *x(t)*. Поскольку центрирование процесса $s_{УМ}(t)$ в общем случае затруднено, определим корреляционную функцию этого процесса

$$K_{УМ}(t,t-\tau)=\overline{s_{УМ}(t)\cdot s_{УМ}(t-\tau)}=$$

$$=\frac{1}{2}U_m^2\{\overline{\cos[2\omega_0 t-\omega_0\tau+2\varphi+\Psi(t)+\Psi(t-\tau)]}+$$

$$=\overline{\cos[\omega_0 t+\Psi(t)+\Psi(t-\tau)]}\}.$$

Усредним полученное выражение по времени, при этом слагаемое, содержащее косинус двойного угла обращается в ноль. Получаем

$$\widetilde{K_{УМ}}(\tau)=\frac{1}{2}U_m^2\{\overline{\cos[\omega_0\tau+\Psi(t,\tau)]}\}=\frac{1}{2}U_m^2\cos\omega_0\tau\{\overline{\cos\Psi(t,\tau)}\}-$$

$$-\frac{1}{2}U_m^2\sin\omega_0\tau\{\overline{\sin\Psi(t,\tau)}\}.$$

Здесь введены обозначения — в $K_{УМ}(t,\tau)$ - операция усреднения случайного процесса по множеству реализаций и в $\widetilde{K_{УМ}}(t,\tau)$ - операция усреднения как по множеству реализаций, так и по времени от одной реализации (двойное усреднение); Ψ(t, τ) — разность текущих фаз $\Psi(t,\tau)=\Psi(t)-\Psi(t-\tau)$.

В отличие от АМ, при угловой модуляции КФ модулированного сигнала и его СПМ зависят от распределения вероятностей случайного процесса, а, следовательно, и от функции плотности вероятностей (ФПВ) информационного сигнала *x(t)*.

Если одномерная ФПВ *W(Ψ)* есть чётная функция своего аргумента, то

$$\overline{\sin\Psi}=\int_{-\infty}^{\infty}\sin\Psi\cdot W(\Psi)\,d\Psi=0.$$

Отсюда КФ будет

$$\widetilde{K_{УМ}}(\tau)=\frac{1}{2}U_m^2\cos\omega_0\tau\{\overline{\cos\Psi(t,\tau)}\}.$$

Если модулирующий процесс *x(t)* — гауссовский стационарный СП, тогда и *Ψ(t, τ)* как линейное преобразование этого процесса представляет собой гауссовский процесс с нулевым средним значением. Дисперсия σ^2_Ψ зависит от *τ*. Используем табличный интеграл, находим матожидание от *cosΨ*

$$\overline{\cos\Psi}=\int_{-\infty}^{\infty}\cos\Psi\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\Psi^2(\tau)}}e^{\left(-\frac{\Psi^2}{2\sigma_\Psi^2(\tau)}\right)}d\Psi=e^{\left(-\frac{1}{2}\sigma_\Psi^2(\tau)\right)}.$$

Исходя из полученного запишем КФ как

$$\widetilde{K_\Psi}(\tau)=\frac{1}{2}U_m^2\cos(\omega_0\tau)e^{-\frac{1}{2}\sigma_\Psi^2(\tau)}.$$

Сравнивая КФ информационного сигнала и полученную КФ сигнала с УМ, можно заметить, что если рассматривать лишь вид корреляционной функции модулированного сигнала (следовательно, и его СПМ), то угловая модуляция гауссовским случайным процессом с корреляционной функцией $K_x(\tau)$ эквивалентна модуляции амплитуды несущей случайным процессом, корреляционная функция которого имеет вид

$$K_{УМ}(\tau)=e^{-\frac{1}{2}\sigma_{\Psi}^{2}(\tau)}.$$

Применив преобразование Винера–Хинчина к усредненной $K_{УМ}(\tau)$ находим СПМ $S_{УМ}(\omega)$ сигналов УМ при модуляции случайным сообщением. С учетом особенностей ФМ и ЧМ, определяем их СПМ.

СПМ сигнала ФМ определяем как

$$S_{ФМ}(\omega)=P_{\varphi}\delta(\omega-\omega_0)+U_m^2 e^{-\sigma_{\varphi}^2}\sum_{k=1}^{\infty}\int_0^{\infty}\frac{\sigma_{\varphi}^{2k}K_x^k(\tau)}{k!}\cos(\omega-\omega_0)\tau d\tau.$$

где $P_{\varphi}=\frac{1}{2}U_m^2 e^{(-\sigma_{\varphi}^2)}$ — мощность на частоте сигнала-переносчика.

Значит, СПМ сигнала ФМ состоит из несущего колебания с мощностью P_{φ} и перемещенного на частоту ω_0 СПМ некоторого процесса, нелинейным образом связанного с исходным сообщением. Ограничившись двумя членами ряда в полученной формуле, можно получить достаточно хорошее приближение этой СПМ.

СПМ сигнала ЧМ в свою очередь будет

$$S_{ЧМ}(\omega)=P_{\omega}\delta(\omega-\omega_0)+2P_{\omega}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sigma_{\omega}^{2k}}{k!\pi^k}\int_0^{\infty}\left(\int_0^{\infty}\frac{S_x(\omega)}{\omega^2}\cos\omega\tau d\omega\right)^k\cos(\omega-\omega_0)\tau d\tau,$$

где мощность несущего колебания равна $P_{\omega}=\frac{U_m^2}{2}e^{-\frac{\sigma_{\omega}^2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{S_x(\omega)}{\omega^2}d\omega}$.

Ограничившись двумя членами ряда в формуле СПМ ЧМ, можно получить достаточно хорошее приближение СПМ сигнала ЧМ.