

**МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,  
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ  
им. проф. М. А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»  
(СПбГУТ)**

---

**С. С. Владимиров**

**ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА  
ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО  
КОДИРОВАНИЯ**

**Математические основы**

**Практикум**

**СПб ГУТ)))**

**Санкт-Петербург  
2021**

УДК XXX.XXX.X (XXX)

ББК XX.XXX.X хХХ

В 57

Рецензент

— —

*Рекомендован к печати редакционно-издательским советом СПбГУТ*

**Владимиров, С. С.**

В 57 Теория и практика помехоустойчивого кодирования. Математические основы : практикум / С. С. Владимирова ; СПбГУТ. — СПб, 2021. — 22 с.

Призван ознакомить студентов старших курсов с математическими основами теории помехоустойчивого кодирования и простыми помехоустойчивыми кодами. Представленный материал служит справочным и методическим пособием при выполнении практических работ по дисциплинам «Теория и практика помехоустойчивого кодирования» и «Помехоустойчивое кодирование в инфокоммуникационных системах».

Предназначен для студентов, обучающихся по направлениям 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и 11.03.02 «Инфокоммуникационные технологии и системы связи».

**УДК XXX.XXX.X (XXX)**

**ББК XX.XXX.X хХХ**

© Владимирова С. С., 2021

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича», 2021

## *Содержание*

Практическая работа 1. Математические основы .....	4
Практическая работа 2. Двоичные поля Галуа $GF(2^m)$ .....	8
Практическая работа 3. Алгоритмы для проведения расчетов в двоичных полях Галуа .....	12
Практическая работа 4. Код Хэмминга .....	14
Практическая работа 5. Изучение принципа работы кодера систематического циклического кода Хэмминга .....	17
Практическая работа 6. Изучение принципа работы декодера Меггитта для систематического циклического кода Хэмминга .....	19

# Практическая работа 1

## Математические основы

### 1.1. Цель работы

Рассмотреть на примере и получить навыки в решении задач по темам «Двоичная алгебра», «Операции с матрицами», «Операции с полиномами», «Комбинаторика» в части, относящейся в вопросам помехоустойчивого кодирования.

### 1.2. Рекомендуемая литература

1. Ковриженко Г.А. Системы счисления и двоичная арифметика: От счета на пальцах до ЭВМ. К. : Рад. шк., 1984. 79 с.
2. Ланкастер П. Теория матриц: Пер. с англ. 2-е изд. М. : Наука, 1982. 272 с.
3. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. М. : Просвещение, 1980. 176 с.

### 1.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. Поскольку задания практикума связаны с заданиями лабораторного практикума, для их выполнения рекомендуется либо использовать отдельную тетрадь, либо подшивать листы с решением в папку.

#### 1.3.1.

Перевести десятичное число в двоичную систему счисления и совершить обратное преобразование. Число задано в табл. 1.1. Вариант выбирается по последним двум цифрам номера студенческого билета (зачетной книжки).

Таблица 1.1

Задание для перевода числа из десятичной системы счисления в двоичную

Предпол. цифра номера	Последняя цифра номера студ. билета									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	2217	2944	2819	2289	2489	2843	2121	2851	2665	2983
2	2226	2525	2617	2713	2166	2675	2113	2138	2301	2318
3	2232	2262	2100	2619	2528	2572	2697	2672	2535	2724
4	2587	2883	2453	2305	2621	2525	2591	2158	2587	2657
5	2980	2987	2525	2180	2467	2415	2203	2866	2907	2617
6	2929	2240	2142	2809	2129	2412	2201	2853	2608	2542
7	2738	2380	2228	2570	2962	2489	2773	2526	2186	2345
8	2446	2464	2482	2826	2672	2930	2322	2611	2785	2101
9	2496	2676	2909	2687	2990	2474	2850	2312	2619	2999
0	2589	2541	2632	2857	2628	2652	2551	2937	2201	2550

### 1.3.2.

Для заданных матриц  $A$  и  $B$  осуществить следующие операции.

1. Поэлементное сложение матриц.
2. Транспонирование матрицы  $B$ .
3. Умножение матрицы  $A$  на транспонированную матрицу  $B$ .

Матрица  $A$  выбирается из табл. 1.2 по предпоследней цифре номера студенческого билета (зачетной книжки). Матрица  $B$  выбирается из табл. 1.3 по последней цифре номера студенческого билета (зачетной книжки).

Таблица 1.2

Матрица  $A$ . Выбирается по предпоследней цифре номера студ. билета

Цифра номера	Матрица	Цифра номера	Матрица
<b>1</b>	9 19 4 3	<b>6</b>	10 6 19 16
	5 3 19 19		7 8 6 5
	9 5 16 7		1 8 9 9
<b>2</b>	11 19 14 17	<b>7</b>	4 1 12 5
	14 5 10 5		9 19 4 8
	1 14 4 17		12 4 20 4
<b>3</b>	4 20 13 6	<b>8</b>	17 13 20 14
	7 18 12 16		5 8 10 6
	9 10 10 8		7 4 13 14
<b>4</b>	18 17 6 20	<b>9</b>	6 12 13 15
	19 8 20 1		11 7 9 9
	18 13 4 13		9 16 11 9
<b>5</b>	3 12 17 15	<b>0</b>	15 6 16 11
	7 9 20 11		8 4 9 5
	10 14 16 9		8 9 12 17

Таблица 1.3

Матрица  $B$ . Выбирается по последней цифре номера студ. билета

Цифра номера	Матрица	Цифра номера	Матрица
<b>1</b>	1 18 6 20	<b>6</b>	7 5 10 16
	13 17 6 16		16 9 1 16
	17 7 14 15		5 12 15 12
<b>2</b>	14 14 15 15	<b>7</b>	10 15 17 7
	10 16 8 16		2 19 4 20
	3 1 3 9		15 11 16 11
<b>3</b>	14 10 16 9	<b>8</b>	7 12 1 4
	14 3 20 10		2 12 18 5
	6 20 13 9		2 18 15 6

Матрица В. Выбирается по последней цифре номера студ. билета

Цифра номера	Матрица	Цифра номера	Матрица
4	2 19 7 10	9	20 15 3 7
	15 12 20 10		19 12 7 16
	3 1 4 3		13 16 6 11
5	17 16 10 7	0	19 2 7 13
	4 18 12 18		12 2 18 8
	12 20 11 12		4 4 3 1

### 1.3.3.

Для заданных двоичных полиномов  $a(x)$  и  $b(x)$  осуществить следующие операции.

1. Сложение полиномов.
2. Произведение полиномов.
3. Деление полинома  $a(x)$  на полином  $b(x)$ .

Полиномы  $a(x)$  и  $b(x)$  выбираются из табл. 1.4. Полином  $a(x)$  по предпоследней цифре номера студенческого билета (зачетной книжки). Полином  $b(x)$  по последней цифре номера студенческого билета (зачетной книжки).

Таблица 1.4

Полиномы  $a(x)$  и  $b(x)$ 

Предп. цифра	Полином $a(x)$	Посл. цифра	Полином $b(x)$
1	$x^6 + x^2 + x + 1$	1	$x^3 + x^2 + 1$
2	$x^7 + x^4 + x^2$	2	$x^3 + x + 1$
3	$x^6 + x^5 + x^3 + 1$	3	$x^2 + x + 1$
4	$x^7 + x^3 + x^2 + 1$	4	$x^3 + x^2$
5	$x^6 + x^4 + x^2 + x$	5	$x^2 + x$
6	$x^7 + x^6 + x + 1$	6	$x^3 + x$
7	$x^6 + x^3 + x^2 + 1$	7	$x^2 + 1$
8	$x^7 + x^5 + x^4 + x$	8	$x^3 + 1$
9	$x^6 + x^4 + x^3 + 1$	9	$x^4 + x^2 + 1$
0	$x^7 + x^6 + x + 1$	0	$x^4 + x + 1$

## 1.4. Порядок защиты практической работы

Защита работы может осуществляться одним из нижеперечисленных способов или их сочетанием на усмотрение преподавателя.

1. Устный ответ по теме работы.
2. Тестирование по теме работы
3. Задача по теме работы.

4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

## Практическая работа 2

### Двоичные поля Галуа $GF(2^m)$

#### 2.1. Цель работы

Рассмотреть на примере и получить навыки в решении задач по теме «Конечные поля Галуа» в части, относящейся в вопросам помехоустойчивого кодирования.

#### 2.2. Рекомендуемая литература

1. Владимиров С.С. Математические основы теории помехоустойчивого кодирования : учебное пособие. СПб. : СПбГУТ, 2016. 96 с. ISBN: [978-5-89160-131-4](#)
2. Когновицкий О.С., Охорзин В.М. Теория помехоустойчивого кодирования. Часть 1. Циклические коды : учебное пособие. СПб. : СПбГУТ, 2013. 84 с.
3. Когновицкий О.С. Основы циклических кодов. Учебное пособие. Л. : ЛЭИС, 1990. 64 с.
4. Ковриженко Г.А. Системы счисления и двоичная арифметика: От счета на пальцах до ЭВМ. К. : Рад. шк., 1984. 79 с.
5. Ланкастер П. Теория матриц: Пер. с англ. 2-е изд. М. : Наука, 1982. 272 с.
6. Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. М. : Просвещение, 1980. 176 с.

#### 2.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. Поскольку задания практикума связаны с заданиями лабораторного практикума, для их выполнения рекомендуется либо использовать отдельную тетрадь, либо подшивать листы с решением в папку.

Все расчеты должны быть расписаны максимально подробно.

##### 2.3.1.

Для заданного полинома  $p_1(x)$  показать, что он не является неприводимым. Для этого попытаться построить соответствующее поле Галуа. Полином  $p_1(x)$  выбирается из табл. 2.1 по предпоследней цифре номера зачетной книжки/студ. билета.

Таблица 2.1

Полином  $p_1(x)$ . Выбирается по предпоследней цифре номера студ. билета

Цифра номера	Полином	Цифра номера	Полином
<b>1</b>	$x^4 + x^2 + x + 1$	<b>6</b>	$x^4 + x^3 + x + 1$
<b>2</b>	$x^4 + x^3 + x^2 + 1$	<b>7</b>	$x^5 + x + 1$
<b>3</b>	$x^5 + x^2 + x + 1$	<b>8</b>	$x^5 + x^3 + x + 1$
<b>4</b>	$x^5 + x^3 + x^2 + 1$	<b>9</b>	$x^5 + x^4 + x + 1$
<b>5</b>	$x^5 + x^4 + x^2 + 1$	<b>0</b>	$x^5 + x^4 + x^3 + 1$

### 2.3.2.

Для заданного образующего полинома  $p_2(x)$  получить первые двадцать элементов конечного поля. Полином  $p_2(x)$  выбирается из табл. 2.2 по последней цифре номера зачетной книжки. Полученные элементы записать в табл. 2.3.

Таблица 2.2

Полином  $p_2(x)$ . Выбирается по последней цифре номера студ. билета

Цифра номера	Полином	Цифра номера	Полином
<b>1</b>	$x^7 + x^3 + x^2 + x + 1$	<b>6</b>	$x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$
<b>2</b>	$x^7 + x^5 + x^2 + x + 1$	<b>7</b>	$x^7 + x^5 + x^3 + x + 1$
<b>3</b>	$x^7 + x^5 + x^4 + x^3 + 1$	<b>8</b>	$x^7 + x^6 + x^3 + x + 1$
<b>4</b>	$x^7 + x^6 + x^4 + x + 1$	<b>9</b>	$x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + 1$
<b>5</b>	$x^7 + x^6 + x^5 + x^2 + 1$	<b>0</b>	$x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + 1$

Таблица 2.3

Таблица для записи элементов поля

Элемент поля	Полином $a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_6x^6$	Двоичный вид $\{a_0a_1a_2a_3a_4a_5a_6\}$
...	...	...

### 2.3.3.

Для заданного поля Галуа (см. табл. 2.4) осуществить расчет по заданной формуле. Формула берется из табл. 2.5. Номер формулы соответствует предпоследней цифре зачетной книжки. Значения переменных берутся из табл. 2.6 по последней цифре номера зачетной книжки.

Таблица 2.4

Поле Галуа  $GF(2^4)$ .  $p(x) = x^4 + x + 1$ .

Элемент поля	Полином $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$	Двоичный вид $\{a_0a_1a_2a_3\}$
$\varepsilon^0 = 1$	1	1000
$\varepsilon$	$x$	0100
$\varepsilon^2$	$x^2$	0010
$\varepsilon^3$	$x^3$	0001
$\varepsilon^4$	$1 + x$	1100
$\varepsilon^5$	$x + x^2$	0110
$\varepsilon^6$	$x^2 + x^3$	0011
$\varepsilon^7$	$1 + x + x^3$	1101
$\varepsilon^8$	$1 + x^2$	1010
$\varepsilon^9$	$x + x^3$	0101
$\varepsilon^{10}$	$1 + x + x^2$	1110
$\varepsilon^{11}$	$x + x^2 + x^3$	0111
$\varepsilon^{12}$	$1 + x + x^2 + x^3$	1111
$\varepsilon^{13}$	$1 + x^2 + x^3$	1011
$\varepsilon^{14}$	$1 + x^3$	1001

Таблица 2.5

Формула для расчета. По предпоследней цифре номера зачетной книжки

Цифра	Формула	Цифра	Формула
1	$\frac{a+b}{c} + ad^e$	6	$\frac{ab}{a+c} + d^e$
2	$ab + \frac{b+c}{d^e}$	7	$(a+c)b^e + \frac{d}{c}$
3	$\frac{ad}{b+c} + a^e$	8	$(a^e + b)c + \frac{d}{a}$
4	$(a+b)c + \frac{d^e}{a}$	9	$\frac{a}{c} + (b+c^e)d$
5	$\frac{a^e}{b+c} + cd$	0	$\frac{a+d^e}{bc} + c$

Таблица 2.6

Переменные для расчета. По последней цифре номера зачетной книжки

	Последняя цифра номера									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
<b>a</b>	$\varepsilon^{12}$	$\varepsilon^{11}$	$\varepsilon^{10}$	$\varepsilon^9$	$\varepsilon^8$	$\varepsilon^7$	$\varepsilon^6$	$\varepsilon^5$	$\varepsilon^4$	$\varepsilon^3$
<b>b</b>	$\varepsilon^2$	$\varepsilon^3$	$\varepsilon^4$	$\varepsilon^5$	$\varepsilon^7$	$\varepsilon^6$	$\varepsilon^8$	$\varepsilon^9$	$\varepsilon^{10}$	$\varepsilon^{11}$
<b>c</b>	$\varepsilon^{14}$	$\varepsilon^{12}$	$\varepsilon^{11}$	$\varepsilon^8$	$\varepsilon^6$	$\varepsilon^4$	$\varepsilon^2$	$\varepsilon^{13}$	$\varepsilon^{11}$	$\varepsilon^9$
<b>d</b>	$\varepsilon^3$	$\varepsilon^5$	$\varepsilon^7$	$\varepsilon^{11}$	$\varepsilon^9$	$\varepsilon^{13}$	$\varepsilon^{12}$	$\varepsilon^{10}$	$\varepsilon^8$	$\varepsilon^6$
<b>e</b>	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6

### 2.3.4.

Для заданного поля Галуа (см. табл. 2.4) и элементов поля  $a$  и  $b$  найти характеристическую матрицу  $F_b$  и осуществить умножение элемента  $a$  на элемент  $b$ , используя матрицу  $F_b$ . Значения элементов  $a$  и  $b$  выбираются из табл. 2.7 по предпоследней и последней цифрам номера зачетной книжки соответственно.

Таблица 2.7

Переменные для умножения по характеристической матрице

	Предпоследняя цифра номера									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
<b>a</b>	$\varepsilon^{12}$	$\varepsilon^{11}$	$\varepsilon^{10}$	$\varepsilon^9$	$\varepsilon^8$	$\varepsilon^7$	$\varepsilon^6$	$\varepsilon^5$	$\varepsilon^4$	$\varepsilon^3$
	Последняя цифра номера									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
<b>b</b>	$\varepsilon^2$	$\varepsilon^3$	$\varepsilon^4$	$\varepsilon^5$	$\varepsilon^7$	$\varepsilon^6$	$\varepsilon^8$	$\varepsilon^9$	$\varepsilon^{10}$	$\varepsilon^{11}$

## 2.4. Порядок защиты практической работы

Защита работы может осуществляться одним из нижеперечисленных способов или их сочетанием на усмотрение преподавателя.

1. Устный ответ по теме работы.
2. Тестирование по теме работы
3. Задача по теме работы.
4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

# Практическая работа 3

## Алгоритмы для проведения расчетов в двоичных полях Галуа

### 3.1. Цель работы

Рассмотреть на примере основные алгоритмы для проведения вычислений в двоичных полях Галуа.

### 3.2. Рекомендуемая литература

1. Математические основы теории помехоустойчивого кодирования : учебное пособие / С. С. Владимиров ; СПбГУТ. — СПб, 2016. — 96 с. — ISBN 978-5-89160-131-4.

### 3.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. Поскольку задания практикума связаны с заданиями лабораторного практикума, для их выполнения рекомендуется либо использовать отдельную тетрадь, либо подшивать листы с решением в папку.

Все расчеты должны быть расписаны максимально подробно.

#### 3.3.1. Определение обратного элемента поля на основе расширенного алгоритма Евклида

Для заданного поля Галуа (табл. 2.4) определить по расширенному алгоритму Евклида (разд. 7.3.1 учебного пособия) обратный элемент для элемента поля  $a$ , указанного в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Переменные для расчета. По номеру студента в журнале

№ вар.	$a$	$b$	№ вар.	$a$	$b$	№ вар.	$a$	$b$	№ вар.	$a$	$b$	№ вар.	$a$	$b$
1	$\epsilon^1$	$\epsilon^4$	7	$\epsilon^7$	$\epsilon^{10}$	13	$\epsilon^{13}$	$\epsilon^4$	19	$\epsilon^5$	$\epsilon^{10}$	25	$\epsilon^{11}$	$\epsilon^3$
2	$\epsilon^2$	$\epsilon^5$	8	$\epsilon^8$	$\epsilon^{11}$	14	$\epsilon^{14}$	$\epsilon^5$	20	$\epsilon^6$	$\epsilon^{11}$	26	$\epsilon^{12}$	$\epsilon^4$
3	$\epsilon^3$	$\epsilon^6$	9	$\epsilon^9$	$\epsilon^{12}$	15	$\epsilon^1$	$\epsilon^6$	21	$\epsilon^7$	$\epsilon^{12}$	27	$\epsilon^{13}$	$\epsilon^5$
4	$\epsilon^4$	$\epsilon^7$	10	$\epsilon^{10}$	$\epsilon^{13}$	16	$\epsilon^2$	$\epsilon^7$	22	$\epsilon^8$	$\epsilon^{13}$	28	$\epsilon^{14}$	$\epsilon^6$
5	$\epsilon^5$	$\epsilon^8$	11	$\epsilon^{11}$	$\epsilon^{14}$	17	$\epsilon^3$	$\epsilon^8$	23	$\epsilon^9$	$\epsilon^{14}$	29	$\epsilon^1$	$\epsilon^7$
6	$\epsilon^6$	$\epsilon^9$	12	$\epsilon^{12}$	$\epsilon^3$	18	$\epsilon^4$	$\epsilon^9$	24	$\epsilon^{10}$	$\epsilon^2$	30	$\epsilon^2$	$\epsilon^8$

### ***3.3.2. Умножение двух элементов поля по алгоритму «сдвиг-со-сложением, справа-налево»***

Для заданного поля Галуа (табл. 2.4) осуществить умножение элементов поля  $a$  и  $b$  (табл. 3.1) по алгоритму «сдвиг-со-сложением, справа-налево» (разд. 7.3.2 учебного пособия).

### ***3.3.3. Умножение двух элементов поля по алгоритму Карацубы–Оффмана***

Для заданного поля Галуа (табл. 2.4) осуществить умножение элементов поля  $a$  и  $b$  (табл. 3.1) по алгоритму Карацубы–Оффмана (разд. 7.3.3 учебного пособия).

**Важно:** В результате алгоритма Карацубы–Оффмана получается полином  $c(x)$ , который имеет длину до  $2^m - 1$  двоичных элементов. Следовательно, чтобы определить элемент поля  $c \in GF(2^m)$ , равный  $a \cdot b$ , необходимо привести полином  $c(x)$  по модулю образующего многочлена поля  $p(x)$ .

### ***3.3.4. Умножение двух элементов поля по алгоритму Рейхрани-Мазолеха***

Для заданного поля Галуа (табл. 2.4) осуществить умножение элементов поля  $a$  и  $b$  (табл. 3.1) по алгоритму Рейхрани-Мазолеха (разд. 7.3.4 учебного пособия).

## **3.4. Порядок защиты практической работы**

Защита работы может осуществляться одним из нижеперечисленных способов или их сочетанием на усмотрение преподавателя.

1. Устный ответ по теме работы.
2. Тестирование по теме работы
3. Задача по теме работы.
4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

## Практическая работа 4

### Код Хэмминга

#### 4.1. Цель работы

Рассмотреть на примере и получить навыки в исследовании кодов Хэмминга.

#### 4.2. Рекомендуемая литература

1. Владимиров С.С. Математические основы теории помехоустойчивого кодирования : учебное пособие. СПб. : СПбГУТ, 2016. 96 с. ISBN: [978-5-89160-131-4](#)
2. Когновицкий О.С., Охорзин В.М. Теория помехоустойчивого кодирования. Часть 1. Циклические коды : учебное пособие. СПб. : СПбГУТ, 2013. 84 с.
3. Когновицкий О.С. Основы циклических кодов. Учебное пособие. Л. : ЛЭИС, 1990. 64 с.

#### 4.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. Поскольку задания практикума связаны с заданиями лабораторного практикума, для их выполнения рекомендуется либо использовать отдельную тетрадь, либо подшивать листы с решением в папку.

Все расчеты должны быть расписаны максимально подробно.

##### 4.3.1.

По заданной для  $(n,k)$  кода Хэмминга  $(15,11)$  порождающей матрице  $G_{(15,11)}$  получить проверочную матрицу  $H_{(15,11)}$ .

$$G_{(15,11)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 4.3.2.

Закодировать заданный информационный вектор кода Хэмминга (15,11). Информационный вектор берется из табл. 4.1 по предпоследней цифре зачетной книжки.

Таблица 4.1

Информационный вектор. По предпоследней цифре номера зачетной книжки

Цифра	Вектор	Цифра	Вектор
1	1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0	6	1 1 1 0 1 1 0 1 0 0 1
2	0 1 1 1 0 1 0 0 0 1 0	7	0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1
3	1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0	8	1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1
4	1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0	9	0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0
5	1 0 0 0 1 1 1 0 1 0 0	0	0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0

### 4.3.3.

Последовательно наложить заданные векторы ошибки на полученный в предыдущем пункте кодовый вектор и декодировать полученные векторы с ошибкой. Векторы ошибки берутся из табл. 4.2 по последней цифре зачетной книжки. Заданы векторы с одной, двумя и тремя ошибками.

Таблица 4.2

Вектор ошибки. По последней цифре номера зачетной книжки

Цифра	Вектор	Цифра	Вектор
1	0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	6	0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
	0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
	0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0		1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0
2	0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	7	0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
	0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
	0 0 1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0		0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0
3	0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	8	0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
	0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0		0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0
	0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0		0 0 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0
4	0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	9	0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
	0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0		1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
	0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0		1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0
5	0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
	0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0		0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0
	0 0 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0		0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0

#### 4.3.4.

На основе имеющейся проверочной матрицы  $H_{(15,11)}$  кода Хэмминга (15,11) построить проверочную матрицу  $H_{(16,11)}$  расширенного кода Хэмминга (16,11). Закодировать заданный в табл. 4.1 информационный вектор согласно коду Хэмминга (16,11). Затем последовательно наложить на него векторы ошибок, заданные в табл. 4.2 (к векторам ошибок слева добавить «0», чтобы их длина стала равна 16), и декодировать полученные векторы с ошибкой.

#### 4.4. Порядок защиты практической работы

Защита работы может осуществляться одним из нижеперечисленных способов или их сочетанием на усмотрение преподавателя.

1. Устный ответ по теме работы.
2. Тестирование по теме работы
3. Задача по теме работы.
4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

## Практическая работа 5

### Изучение принципа работы кодера систематического циклического кода Хэмминга

#### 5.1. Цель работы

Изучить общие принципы работы кодера систематического циклического кода Хэмминга. Научиться строить схемы кодеров разных типов.

#### 5.2. Рекомендуемая литература

1. Код Хэмминга [электронный ресурс] // Википедия : [сайт]  
URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Код\\_Хэмминга](https://ru.wikipedia.org/wiki/Код_Хэмминга).
2. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. — М.: Мир, 1986. — 576 с.

#### 5.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. По результатам выполнения работы должен быть написан отчет.

Отчёт формируется в рукописном или печатном виде.

##### 5.3.1. Систематический кодер на $n + r$ тактов

1. Построить схему систематического кодера на  $n + r$  тактов для кода Хэмминга (15, 11), образованного полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4$ .
2. Для заданного в табл. 4.1 информационного вектора заполнить таблицу процедуры кодирования (табл. 5.1) и выписать кодовое слово.

Таблица 5.1

Форма записи процедуры работы систематического кодера на  $n + r$  тактов

Такт	IN	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$r_0$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	OUT
0										
1										
2										
...										
18										
19										

##### 5.3.2. Систематический кодер на $n$ тактов

1. Построить схему систематического кодера на  $n$  тактов для кода Хэмминга (15, 11), образованного полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4$ .
2. Для заданного в табл. 4.1 информационного вектора заполнить таблицу процедуры кодирования (табл. 5.2) и выписать кодовое слово.

Таблица 5.2

Форма записи процедуры работы систематического кодера на  $n$  тактов

Такт	IN	$r_0$	$r_1$	$r_2$	$r_3$	OUT
0						
1						
2						
...						
14						
15						

#### 5.4. Порядок защиты практической работы

Защита работы может осуществляться одним из нижеперечисленных способов или их сочетанием на усмотрение преподавателя.

1. Устный ответ по теме работы.
2. Тестирование по теме работы
3. Задача по теме работы.
4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

## Практическая работа 6

### *Изучение принципа работы декодера Меггитта для систематического циклического кода Хэмминга*

#### 6.1. Цель работы

Изучить общие принципы работы декодера Меггитта для систематического циклического кода Хэмминга. Научиться строить схемы декодеров Меггитта разных типов.

#### 6.2. Рекомендуемая литература

1. Код Хэмминга [электронный ресурс] // Википедия : [сайт]  
URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Код\\_Хэмминга](https://ru.wikipedia.org/wiki/Код_Хэмминга).
2. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролируемых ошибки. — М.: Мир, 1986. — 576 с.

#### 6.3. Порядок выполнения задания

Задание выполняется каждым учащимся индивидуально. По результатам выполнения работы должен быть написан отчет.

Отчёт формируется в рукописном или печатном виде.

##### *6.3.1. Систематический декодер Меггитта*

1. Построить схему систематического декодера Меггитта для кода Хэмминга (15, 11), образованного полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4$ .
2. Для полученного в предыдущей работе кодового слова и вектора ошибки веса 1, заданного в табл. 4.2, вычислить комбинацию с ошибкой, провести ее декодирование в построенном декодере Меггитта, заполнив таблицу процедуры декодирования (табл. 6.1), и выписать кодовое слово.

*Таблица 6.1*

*Форма записи процедуры работы систематического декодера Меггитта*

Такт	IN	$b_0$	$b_1$	...	$b_{14}$	$s_0$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	OUT
0										
1										
2										
...										
29										
30										

##### *6.3.2. Систематический декодер Меггитта с обнулением*

1. Построить схему систематического декодера Меггитта с обнулением для кода Хэмминга (15, 11), образованного полиномом  $g(x) = 1 + x + x^4$ .

2. Для полученного в предыдущей работе кодового слова и вектора ошибки веса 1, заданного в табл. 4.2, вычислить комбинацию с ошибкой, провести ее декодирование в построенном декодере Меггитта, заполнив таблицу процедуры декодирования (табл. 6.1), и выписать кодовое слово.

#### **6.4. Порядок защиты практической работы**

Защита работы может осуществляться одним из нижеперечисленных способов или их сочетанием на усмотрение преподавателя.

1. Устный ответ по теме работы.
2. Тестирование по теме работы
3. Задача по теме работы.
4. Иные варианты на усмотрение преподавателя.

## *Список литературы*

- [1] Ковриженко Г.А. Системы счисления и двоичная арифметика: От счета на пальцах до ЭВМ. К. : Рад. шк., 1984. 79 с.
- [2] Ланкастер П. Теория матриц: Пер. с англ. 2-е изд. М. : Наука, 1982. 272 с.
- [3] Винберг Э.Б. Алгебра многочленов. М. : Просвещение, 1980. 176 с.
- [4] Владимиров С.С. Математические основы теории помехоустойчивого кодирования : учебное пособие. СПб. : СПбГУТ, 2016. 96 с. ISBN: [978-5-89160-131-4](#).
- [5] Когновицкий О.С., Охорзин В.М. Теория помехоустойчивого кодирования. Часть 1. Циклические коды : учебное пособие. СПб. : СПбГУТ, 2013. 84 с.
- [6] Когновицкий О.С. Основы циклических кодов. Учебное пособие. Л. : ЛЭИС, 1990. 64 с.

**Владимиров Сергей Сергеевич**

**ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОГО КОДИРОВАНИЯ.  
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ**

**Практикум**

Редактор **Х. Х. Хxxxxxxxxx**

План изданий 2021 г., п. **XX**

Подписано к печати **XX.XX.XXXX**  
Объем **X,X** печ. л. Тираж 10 экз. Заказ **XXXX**

Редакционно-издательский отдел СПбГУТ  
193232 СПб., пр. Большевиков, 22  
Отпечатано в СПбГУТ