

1. ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЕ КОДИРОВАНИЕ

Помехоустойчивое кодирование (англ. *Error Correcting Coding, ECC*) — процесс преобразования информации, предоставляющий возможность обнаружить и исправить ошибки, возникающие при передаче информации по каналам передачи данных.

Под *ошибкой* при этом понимают ситуацию, когда в результате действия помех и искажений в канале передачи данных приемник принимает неверное решение, отождествляя принятый сигнал не с фактически переданным символом, а с каким-либо другим [1].

Процесс помехоустойчивого кодирования заключается во введении *избыточности*, т. е. для передачи информации используется код, у которого используются не все возможные комбинации, а только некоторые из них. Такие коды называют избыточными или корректирующими.

Соответственно, процесс введения избыточности (преобразование информационных символов в кодовое слово) называется *кодированием*, а обратный процесс восстановления информации из кодового слова, возможно содержащего ошибки, — *декодированием*.

В рамках цифровой системы передачи данных задачи кодирования и декодирования возложены на *кодер* и *декодер* соответственно. Структура цифровой системы передачи данных показана на рис. 1.1 [2].

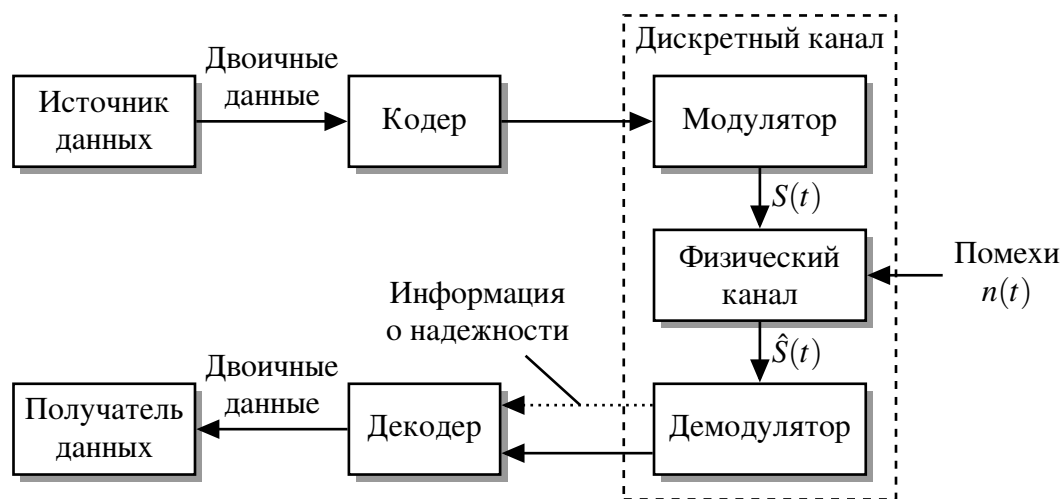


Рис. 1.1. Структура цифровой системы передачи данных

Часто декодеру доступна информация, указывающая на надежность решений, принимаемых о различных символах кодового слова. Такая информация может быть использована для упрощения процесса декодирования, либо для улучшения его характеристик [2].

В целом, способность помехоустойчивых кодов определять и исправлять ошибки — их корректирующие свойства — зависит от правил постро-

ения этих кодов и параметров кода (числа разрядов, избыточности и др.), а также от используемых алгоритмов декодирования.

1.1. Основные параметры помехоустойчивых кодов

Основными параметрами, характеризующими корректирующие свойства кодов являются:

- 1) избыточность кода;
- 2) кодовое расстояние;
- 3) кратность гарантированно обнаруживаемых ошибок;
- 4) кратность гарантированно исправляемых ошибок.

1.1.1. Избыточность корректирующего кода

Избыточность корректирующего кода может быть абсолютной и относительной. Под *абсолютной избыточностью* понимают число вводимых дополнительных разрядов

$$r = n - k,$$

где n — число кодовых символов на выходе кодера, соответствующих k информационным символам на его входе.

Относительной избыточностью корректирующего кода называют величину

$$R_{\text{отн}} = \frac{r}{n} = \frac{n - k}{n} = 1 - \frac{k}{n}.$$

С ней связана так называемая *относительная скорость передачи информации* или *скорость кода*, которая показывает, какую часть общего числа символов кодовой комбинации составляют информационные символы.

$$\frac{k}{n} = 1 - R_{\text{отн}}.$$

Если производительность источника равна H символов в секунду, то скорость передачи после кодирования этой информации будет равна

$$R = H \cdot \frac{k}{n}.$$

1.1.2. Кодовое расстояние

Кодовое расстояние d или *расстояние Хемминга* характеризует степень различия любых двух кодовых комбинаций. Оно выражается числом разрядов, в которых комбинации отличаются одна от другой.

Чтобы получить кодовое расстояние между двумя комбинациями двоичного кода, достаточно подсчитать число единиц в поразрядной сумме этих

комбинаций по модулю 2:

$$10011 \oplus 11001 = 01010 \Rightarrow d = 2.$$

Кодовое расстояние может быть различным. Так, в первичном натуральном безызбыточном коде это расстояние для различных комбинаций может различаться от единицы до n , где n — длина (значность) кода.

Для помехоустойчивого кода наиболее важным является *минимальное кодовое расстояние* d_{\min} — наименьшее кодовое расстояние из всех между всеми парами кодовых комбинаций.

В безызбыточном коде все комбинации являются разрешенными, $d_{\min} = 1$. Поэтому искажение хотя бы одного символа в комбинации будет приводить к получению ошибочного сообщения.

1.1.3. Кратности гарантированно обнаруживаемых и гарантированно исправляемых ошибок

Эти параметры напрямую зависят от минимального кодового расстояния. Под *кратностью* понимается количество поражённых ошибками символов кодовой комбинации.

В общем случае при необходимости обнаруживать ошибки кратности $t_{\text{обн}}$ минимальное кодовое расстояние должно быть, по крайней мере, на единицу больше $t_{\text{обн}}$, т. е.

$$d_{\min} \geq t_{\text{обн}} + 1.$$

Соответственно, *кратность гарантированно обнаруживаемых кодом ошибок* равна

$$t_{\text{обн}} \leq d_{\min} - 1.$$

Кратность гарантированно исправляемых кодом ошибок вычисляется по формуле

$$t \leq \frac{d_{\min} - 1}{2}.$$

Таким образом, код, имеющий минимальное кодовое расстояние $d_{\min} = 3$, позволяет гарантированно обнаружить $t_{\text{обн}} = 2$ и менее ошибок и гарантированно исправить $t = 1$ ошибку.

1.2. Классификация помехоустойчивых кодов

Помехоустойчивые коды классифицируются по различным признакам. Одной из основных классификаций является деление кодов на *блочные* и *непрерывные*.

Блочный (блоковый) код является *кодом без памяти*. Кодер блочного кода отображает подающийся на вход блок информационных символов длиной k в кодовую последовательность из n выходных символов. Термин «без памяти» указывает, что каждый блок из n символов зависит только от соответствующего блока из k символов и не зависит от других блоков [2].

Основными параметрами блочных кодов являются длина информационного блока k , длина кодового слова n , скорость кода $\frac{k}{n}$ и минимальное кодовое расстояние d_{\min} .

Непрерывные или *древовидные* коды — это помехоустойчивые коды использующие непрерывную, или последовательную, обработку информации короткими фрагментами (блоками). Кодер древовидного кода является устройством *с памятью*. На его вход поступают наборы из k входных информационных символов, а на выходе появляются наборы из n кодовых символов. Каждый набор n кодовых символов зависит от текущего входного набора и от v предыдущих входных символов. Следовательно кодер должен содержать устройство памяти на $m = k + v$ входных символов. Параметр m часто называют *длиной кодового ограничения* кода [2].

Также *непрерывные* коды характеризуются скоростью кода $\frac{k}{n}$ и свободным расстоянием $d_{\text{св}}$ [2].

Чаще всего используются линейные древовидные коды, называемые *сверточными*.

Особое место в классификации помехоустойчивых кодов занимают каскадные коды и турбо коды, представляющие из себя комбинации блочных и/или непрерывных кодов [3].

Другой подход к классификации делит коды на *линейные* и *нелинейные*. Линейные коды образуют векторное пространство, в котором два кодовых слова при сложении по определенному правилу дают в результате третье кодовое слово [2].

Практически все применяемые на практике схемы кодирования основаны на использовании линейных кодов. Двоичные линейные блочные коды часто называют *групповыми* кодами, так как их кодовые слова образуют математическую структуру, называемую *группа* [2].

Нелинейные коды применяются гораздо реже линейных. К нелинейным кодам относится *код с контрольным суммированием*, в котором проверочные разряды являются записью суммы единиц в кодовой комбинации [1].

По способу кодирования коды делятся на *систематические* и *несистематические*. В первом случае информационные символы передаются на выход декодера без изменения и к ним добавляются проверочные символы. В

случае несистематического кодирования информационные символы в явном виде в кодовом слове отсутствуют.

Большинство помехоустойчивых кодов может быть использовано как для обнаружения, так и для исправления ошибок, хотя есть коды, которые позволяют лишь обнаруживать ошибки. Поскольку избыточность, требуемая для обнаружения ошибок, меньше избыточности для исправления ошибок, то коды с обнаружением ошибок часто используют в системах с обратной связью [1].

Ещё одним вариантом деления помехоустойчивых кодов является разделение их на *коды, исправляющие случайные ошибки*, и *коды, исправляющие пакеты (пачки) ошибок*. Хотя для исправления пачек ошибок было разработано большое количество кодов с хорошими характеристиками, часто оказывается выгодным использовать коды, исправляющие случайные ошибки, совместно с устройствами перемежения/деперемежения [2]. Также стоит отметить, что существуют алгоритмы декодирования, позволяющие использовать коды, рассчитанные на исправление случайных ошибок, для исправления пачек ошибок без использования перемежителей. К таким алгоритмам относится, например, мажоритарное декодирование на основе двойственного базиса [4].

Контрольные вопросы

1. Что такое помехоустойчивое кодирование?
2. Опишите структуру цифровой системы передачи данных.
3. Дайте понятие избыточности корректирующего кода. Что такое абсолютная и относительная избыточности? Как определяется скорость кода?
4. Что такое кодовое расстояние? Как оно определяется?
5. Как рассчитываются кратности гарантированно обнаруживаемых и гарантированно исправляемых ошибок?
6. Приведите классификацию помехоустойчивых кодов.