

# «Оптимизация и математические методы принятия решений»

ст. преп. каф. СС и ПД  
Владимиров Сергей Александрович

## *Лекция 2*

### **Постановка и содержание задачи теории принятия решений**

#### СОДЕРЖАНИЕ

##### ВВЕДЕНИЕ

##### УЧЕБНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Постановка задачи принятия решения. Основные определения.
2. Свойства, качества объекта и процесса принятия решения. Показатели качества и требования к ним.
3. Целевая функция (функция потерь), риски, критерий оптимальности и оценки качества решения.
4. Множество вариантов решения, ресурсы, алгоритмы принятия решений, неопределенности.

##### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

### **Литература:**

1. Щекотихин В.М., Терентьев В.М. Прикладная математика.- Орел: Академия ФАПСИ, 2002.
2. Терентьев В.М. Методика обоснования требований к показателям качества АСМКРС. -Л.: ВАС, 1991.
3. Терентьев В.М., Паращук И.Б. Теоретические основы управления сетями многоканальной радиосвязи. - С-Петербург: ВАС, 1995.
4. Терентьев В.М., Санин Ю.В. Анализ эффективности функционирования автоматизированных сетей многоканальной радиосвязи. - С-Петербург: ВАС, 1992.

### ***Постановка задачи принятия решения.***

Формально задачу принятия решения  $D$  можно записать в следующем обобщенном виде:

$$D = (F, A, X, G, P), \text{ где}$$

$F$  — *формулировка задачи принятия решения*, которая включает в себя содержательное описание проблемы и при необходимости ее модельное представление, *определение цели или целей*, которые должны быть достигнуты, а также *требования к виду окончательного результата*.

$A$  — *совокупность возможных вариантов (альтернатив)*, из которых производится выбор. Это только реально существующие варианты, в качестве которых в зависимости от задачи выступают объекты, способы достижения цели, действия, решения и т. п., либо гипотетическое множество всех теоретически возможных вариантов, которое может быть даже бесконечным. Выбор возникает только тогда, когда имеется не менее двух возможных вариантов решения проблемы.

$X$  — *совокупность свойств (признаков, атрибутов, параметров)*, *описывающих*

*варианты* и их отличительные особенности.

Во-первых, объективные показатели, которые характеризуют те или иные свойства, присущие вариантам, и *которые, как правило, можно измерить*;

во-вторых, субъективные количественные или качественные оценки, которые обычно даются по специально отобранным или сконструированным критериям, отражающим важные для выбора свойства вариантов.

*G* — совокупность условий, ограничивающих область допустимых вариантов решения задачи. Например, это могут быть ограничения на значения какого-либо признака или различная степень характерности (выраженности) признака для тех или иных вариантов, или невозможность одновременного сочетания определенных значений признаков для реально существующих вариантов.

*P* — предпочтения одного или нескольких ЛПР, которые служат основой для оценки и сравнения возможных вариантов решения проблемы, отбора допустимых вариантов и поиска наилучшего или приемлемого варианта. Достаточно часто для упрощения - предпочтения ЛПР, превращаются в ограничения.

## ***Терминология системного анализа.***

*Элемент* – это минимальный неделимый объект. Элемент можно использовать только как целое, поэтому недопустимо говорить о половине или четверти элемента. Изменение постановки вопросов может потребовать разложения элементов на составные части или объединения нескольких элементов в один.

*Система* – это совокупность связанных элементов, объединенных в одно целое для достижения определенной цели. Наличие цели и заставляет связывать элементы в систему. *Целостность* — наиболее важное свойство системы. Искусственные (инженерные) системы описывают путем определения их функций и структур.

*Функция системы* – это правило получения результатов, предписанных целью (назначением) системы. *Функционировать* – значит реализовать функцию, т.е. получать результаты, предписанные назначением системы.

*Обратная связь* – воздействие результатов функционирования системы на характер этого функционирования. Различают положительную и отрицательную обратную связь.

*Структура системы* – это фиксированная совокупность элементов и связей между ними. Этот смысл отражен в данном определении структуры. Наиболее часто структура системы изображается в форме графа: элементы системы представляются вершинами графа, а связи – дугами (ребрами) графа. Граф – это математическая форма отображения структур. Инженерной формой изображения структур систем являются схемы. Схема и граф – понятия адекватные по содержанию, но различные по форме. В схемах элементы и связи обозначаются любыми фигурами, удобными для инженерных (производственных) применений.

*Организация* – это способ реализации определенных функций в системах, состоящих из большого числа элементов. Конкретная система представляет собой лишь пример реализации некоторого способа организации. Например, большинство современных ЭВМ строится на основе одного принципа организации – принципа программного управления реализацией - алгоритма на основе команд, имеющих операционно-адресную структуру.

***Свойства, качества объекта и процесса принятия решения. Показатели качества и требования к ним.***

Задание на постановку задачи:

*Глобальная система показателей качества функционирования информационной телекоммуникационной системы - ИТКС.*

*Свойство*  $x(t)$  - это объективная особенность объекта, зависящая от его физической сущности, характеризующая отдельную его сторону и позволяющая отличить один объект от другого.

*Качество*  $x(t)$  - это свойство или совокупность свойств объекта  $\vec{x}(t)$ , характеризующих его пригодность для использования по назначению.

*Элементы ИТКС:*

- система информационного обмена (СИО)
- система управления (СУ).

Каждому из свойств объекта поставлен в соответствие

$Y(\vec{x}(t))$  – *частный показатель качества (ПК)* — обычно скаляр, значение которого характеризует меру (количественную или качественную) этого свойства.

*Система показателей качества (СПК)* объекта - это вектор

$\vec{Y}(\vec{x}(t))$ , *компоненты которого* это показатели его отдельных свойств, представляющие собой *частные показатели качества* объекта.

Постановка задачи:

Процессы в системах связи

- информационного обмена  $\vec{x}_{uo}(t)$  и управления ими  $\vec{x}_y(t)$  .

Взаимосвязанные объекты - система информационного обмена (СИО)  $\vec{x}_{cuo}(t)$  ,  
включающая узлы и линии связи, и автоматизированная система управления связью  
(АСУС)  $\vec{x}_{cy}(t)$  .

Состояние системы связи в любой момент времени

$\vec{X}(t) = [x_1(t), \dots, x_m(t), \dots, x_M(t)]$  , вектора переменных состояния

а качество ее функционирования - вектор показателей качества

$\vec{Y}(\vec{x}(t)) = [Y_1(\vec{x}(t)), \dots, Y_i(\vec{x}(t)), \dots, Y_I(\vec{x}(t))]$  , где

$Y_i(\vec{x}(t))$  - компоненты векторного показателя качества, характеризующие свойства  
процесса функционирования и состояния элементов системы (СИО и АСУ).

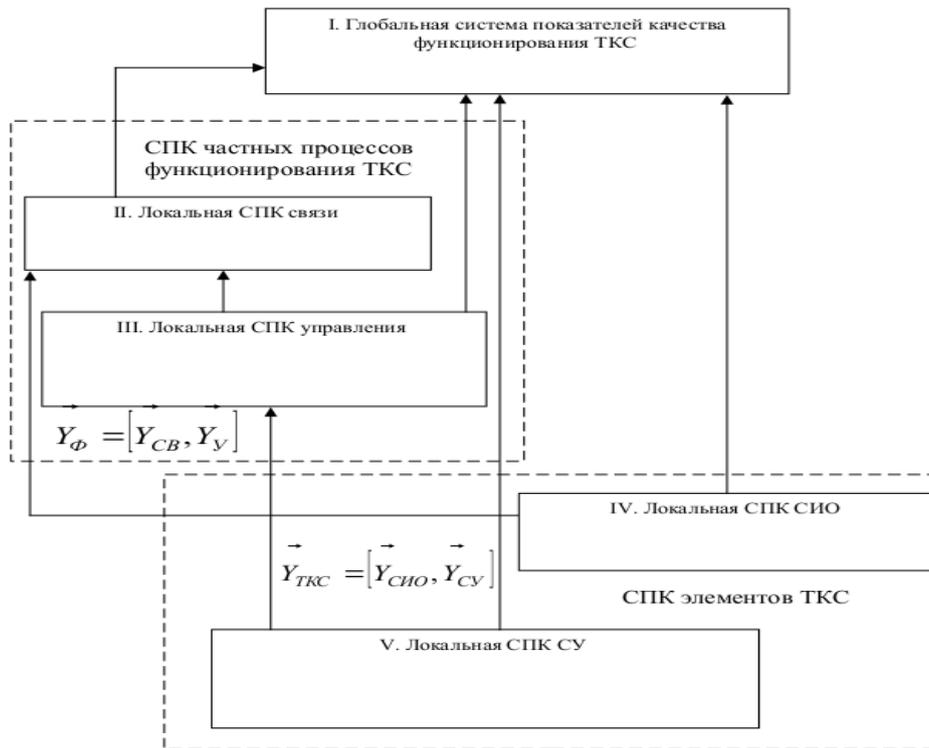


Рисунок 1. Система показателей качества ИТКС

Основные свойства ИТКС - качество информационных услуг потребителям. Взаимосвязь этих свойств ИТКС и соответствующих им ПК функционирования ИТКС представлена на рисунке 1.

В состав ГСПК  $Y_{\phi}(k) = [t_{\text{дс}}(k); t_{\text{дф}}(k); \vec{Z}_{\phi}(k)]^T$  входят:

- общее время доставки сообщения на  $k$ -ом шаге функционирования сети,
- общее время доступности к процессу функционирования на  $k$ -ом шаге,
- вектор обобщенных затрат ресурсов на процесс функционирования ИТКС на  $k$ -ом шаге.

Для локальной СПК ведущей выступает система ПК процесса информационного обмена (связи)  $\vec{Y}_{\text{св}}(k) = [t_{\text{дс}}(k); t_{\text{дсв}}(k); \vec{Z}_{\text{св}}(k)]^T$ , куда входят

- время доставки *сообщения* на  $k$ -ом шаге функционирования сети в нормальных условиях функционирования,
- время доступности к передаваемому *сообщению* на  $k$ -ом шаге,
- вектор затрат ресурсов на *доставку сообщения* на  $k$ -ом шаге.

Показатели качества связи для сложных маршрутов сообщений по СИО ИТКС:

$$\vec{Y}_{CBi}(k) = \prod (t_1(k); t_2(k)) [M_m(k) M_{Y_{cb}}(k)]^T$$

где

- $\prod (t_1(k); t_2(k))$  - селектор временного интервала, принимающий значение 1 в интервале передачи сообщения  $(t_1(k); t_2(k))$  и 0 за его пределами;
- $M_m(k) = \{\varepsilon_{jj'}^m\}$ ,  $jj' = 1, J_s$ ,  $(m=1, M)$  - матрица маршрута прохождения сообщения на  $k$ -ом шаге функционирования сети с единичными элементами  $\varepsilon_{jj'} = 1$  на пути его передачи и нулевыми  $\varepsilon_{jj'} = 0$  в противном случае;
- $M_{Y_{cb}}(k)$  - матрица значений  $i$ -х ПК, определяемая для  $jj'$ -х направлений связи на  $k$ -ом шаге функционирования сети.

Локальная СПК управления имеет более низкий уровень иерархии и включает:

$$\vec{Y}_y(k) = [T_{cy}(k); \Delta Y_{CB}^{\vec{Y}}(k); t_{дy}(k); \vec{Z}_y(k)]^T$$

- длительность цикла управления параметрами направления ИТКС при нарушении нормальных условий функционирования на k-ом шаге функционирования ИТКС;
- вектор приращений значений ПК связи на k-ом шаге функционирования сети, обусловленных ошибками в контуре управления;
- время доступности к сигналам управления на k-ом шаге
- вектор затрат ресурсов управления на k-ом шаге функционирования.

Два основных элемента системы и их ЛСПК СИО и СУ содержат:

$$\begin{aligned}\vec{Y}_{СИО}(k) &= [M_{X_Y}(k); M_V(k); M_{X_{pp}}(k); M_{\vec{z}_{СИО}}(k)]^T \\ \vec{Y}_{СУ}(k) &= [M_{X_Y СУ}(k); M_{B_{СУ}}(k); M_{X_{pp} СУ}(k); M_{\vec{z}_{СУ}}(k)]^T,\end{aligned}\quad \text{где}$$

$M_{\vec{X}_Y}$  и  $M_{\vec{X}_{Y_{СУ}}}(k)$  - матрицы параметров устойчивости (живучести, помехоустойчивости и технической надежности) элементов СИО и СУ соответственно на  $k$ -ом шаге функционирования ИТКС;

$M_V(k), M_{B_{СУ}}(k)$  - матрицы пропускных способностей (скоростей передачи информации) по направлениям связи СИО и производительности (быстродействия ЭВМ) элементов СУ на  $k$ -ом шаге функционирования сети;

$M_{X_{pp}}(k), M_{X_{pp} СУ}(k)$  - матрицы значений параметров защищенности средств связи и управления соответственно на  $k$ -ом шаге;

$M_{\vec{z}_{СИО}}(k), M_{\vec{z}_{СУ}}(k)$  - матрицы затрат ресурсов на ремонт и эксплуатацию средств связи и управления на  $k$ -ом шаге функционирования ИТКС.

***Целевая функция (функция потерь), риски, критерий оптимальности и оценки качества решения.***

Для оценки (меры) качества формируют *целевую функцию ЦФ* (функцию потерь).

Основные виды целевых функций:

-простая  $L = (Y(\vec{x}(t)) - Y_{mp})$  ;

-модульная  $L = |Y(\vec{x}(t)) - Y_{mp}|$  ;

-квадратичная  $L = [Y(\vec{x}(t)) - Y_{mp}]^2$  .

Значения целевой функции для различных вариантов решения формируют *риск* принятия решений, физический смысл которого определяется физическим смыслом разности между значением ПК и требованиями к нему. Обычно риск служит мерой близости рассматриваемого варианта к оптимальному, удовлетворяющему экстремуму ЦФ.

*Критерием выбора (оптимизации)* называется детерминированное либо статистическое правило выбора (оптимизации) решения, формируемое на основе целевой функции и приписываемой ей цели (направления изменения):  $>$  ;  $<$  ; **min**; **max**; **min max**; **max min** и т.д.

Например, *выбор лучшего из возможных*  $i=1, \dots, I$  маршрутов прохождения пакета в сети связи может быть осуществлен по критерию минимума среднего времени задержки пакета на  $i$ -м маршруте, т.е.

$$M = \min [t_{zn}(i)], \quad i = 1, \dots, I .$$

*Оптимизация* алгоритма оценивания  $d$  *непрерывной стохастической переменной* состояния объекта  $\vec{x}(t)$  часто осуществляется по критерию минимума среднеквадратического отклонения (дисперсии) значения оценки переменной  $\hat{\vec{x}}(t)$  от ее истинного значения, т.е.

$$M = \min [\hat{\vec{x}}(t, d) - \vec{x}(t)]^2 .$$

***Множество вариантов решения, ресурсы, алгоритмы принятия решений, неопределенности.***

Одним из важных компонентов задачи принятия решения является *множество вариантов решений*.

Например, задачи выбора и оптимизации решений на множестве конечного числа маршрутов прохождения пакетов  $i=1, \dots, I$  и множестве алгоритмов оценивания параметров объекта  $d \in D$ .

В зависимости от типа множества вариантов различают:  
*дискретные и непрерывные задачи оптимизации решений.*

Поиск рациональных (оптимальных) вариантов решений из множества допустимых проводится на основе *алгоритмов принятия решений - последовательности действий, приводящих к достижению цели.*

*Виды алгоритмов принятия решений:*

- *эвристические*, определяемые предыдущей практикой (опытом) принятия решений;
- *оптимальные* – удовлетворяющие экстремуму критерия выбора (оптимальности);
- *компромиссные* – являющиеся результатом теории игр.

Заключение.

Введенные определения, постановка и содержание задач принятия решений позволяют формулировать задачи с позиций теории сложных систем, что гарантирует им математическую строгость постановки и сходимость получаемых решений к оптимальным.